In Dei æterni Omnipotentis Nomine.

Oculus animæ, qui ab alijs studijs obcæcatur, defoditurq; à Mathematicis solis recreatur, ac reuiuiscit.

DIFFESA D'ARCHIMEDE,

TRATTATO DEL MISVRARE, ò trouare la grandezza del Cerchio;

Doue si diffende Archimede Siracusano dalle oppositioni del Signor Iosesso Scaligero: Et si mostra la proportione della Circonferenza al diametro datali nella sua opera intitolata Cyclometrica Elementa duo, non le potere conuenire.

Di più s'esaminano alcune cose scritte nella detta opera da esso Signore nel volere dare Regola à inscriuere le figure retilinee equiangole di quanti lati si voglino nel Cerchio.

DI PIETRO ANTONIO CATALDI LETTORE DELLE SCIENZE Matematiche nello Studio di Bologna.

ALL'ILLVSTRISSIMO

SENATO DI BOLOGNA.

IN BOLOGNA, Per Sebastiano Bonomi. 1620. *Con Licenza de' Sup.*

ILLVSTRISSIMI SIGNORI SENATORI

PADRONI COLENDISSIMI.

E Dottrine Mathematiche Aritmetica, & Geometria ſono tali per la chiarezza delle dimoſtrationi loro che non vi ſi doueria giamai pigliare errore, nondimeno da alcuni Scrittori di gran fama, ſono alle volte tolte à dimoſtrare propoſitioni, ò coſe tanto lontane dal vero, che è marauiglia, onde chi non ſtà molto auuertito in conſiderare doue ſono diffettiue, elle paiono vere; & perciò ſe ne potriano indurre opinioni erronee, dannoſe, & contrarie alla vera Dottrina; Fra queſti Scrittori ſi poſſono nominare Carlo Bouilio, Nicolò Raymaro; & il Signor Gioſeffe Scaligero, quale in particolare nella ſua Opera intitolata Ciclometrica Elementa toglie à dimoſtrare che la proportione della Circonferenza del Cerchio al ſuo diametro ſia potentialmente decupla, & in queſto, & in altre coſe s'oppone ad Archimede Siracuſano Mathematico Eccellentiſſimo. Onde eſſendo le Propoſitioni, ò Dimoſtrationi del Signor Gioſeffe di niſſun vigore, & le ſue Oppoſitioni erronee; io per beneficio de' Studenti, & per non mancare all'obligo che ſi hà di diffendere la verità, & gli Eccellenti Scrittori che ce la inſegnano, ſono ſtato aſtretto à fare il preſente Trattato della Diffeſa d'Archimede, quale dono, & dedico à Voſtre Signorie Illuſtriſſime benigniſſimi Protettori, & Benefattori delle Virtù, & Dottrine, ſupplicandole del loro fauore, & aiuto per ſeguire à ponere in luce molte altre Opere mie Geometriche, & Algebratiche con accreſcimento della Dottrina, & beneficio de' Studenti. Et baciandole humilmente le mani le prego da noſtro Signore Dio continua felicità, & ſalute.

Di Voſtre Signorie Illuſtriſſime

Humiliſſimo ſeruo

Pietroantonio Cataldi.

ALLI LETTORI.

EL principio dell'anno 1595. mi fu mostrato da vn Gentilhuomo mio amico il libro in foglio intitolato Iosephi Scaligeri Iul. Cæs. F. Cyclometrica Elementa duo, Ad Illustres Nobiles. Amplifs. Hollandiæ, Vuestfrisiæ, & Zeelandiæ Ordines. Lugduni Batauorum ex Officina Plantiniana. 1594. Et m'allegrai grandemente pensando ch'egli essendo compositione di cosi famoso, & letterato Signore, & di tanto chiara, & celebre stirpe douesse à pieno cõtenere quello che in esso si vedeua essere preso à dimostrare, ma leggendolo con attentione, & non lo trouando come pensauo, restai molto sconsolato vedendo che pure ancora il Mondo non haueua fatto acquisto di tale Inuentioni tanto desiderate, & mi diedi à credere che questo nobilissimo Signore forsi per giuoco, ò con arte, à qualche suo fine hauesse mandato in luce tal Libro il cõtenuto del quale egli benissimo conoscesse essere molto diuerso da quello che in esso pare che si vogli dimostrare, nondimeno essendo io stato astretto di dire quello che d'esso conosco non hò potuto restare di mostrare che la proportione della Circonferenza al Diametro datale dal Sig. Gioseffe non li può conuenire, nè concluderlo altramente la propositione doue egli toglie à dimostrarla; Et che le Oppositioni sopra ciò date ad Archimede Siracusano nõ sono di valore. Tutto questo però sia detto, accioche alla fama dell'ammirando, & nobilissimo Mathematico Archimede non manchi conueneuole diffesa, & non resti in parte alcuna oscurata appresso à quelli che senza fare in ciò basteuole studio pensassero che con ragione li fusse contradetto. Et per giouare alli amatori della Scienza ouuiando alla sinistra opinione, ò dottrina che di lì potesse succedere, ilche volontieri per ogn'altra causa hauerei schiuato di fare, perche hauendo io in molta stima, & riuerenza la dottrina, & virtù de' Signori Scaligeri vorrei più tosto essere atto à lodarla, & esaltarla di continuo.

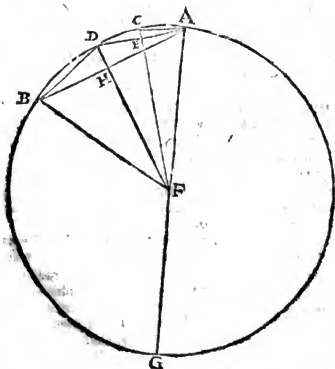
TAVOLA DELLE COSE PIV NOTABILI contenute nella presente Opera.

DISCORSO

Oue si annulla la oppositione del Signor Iosesse Scaligero, data alla proportione qual mostra Archimede Siracusano, douere essere fra la circonferenza del Cerchio al suo diametro.

PER trattar breuemente, & tener conto solo di quanto occorre in questo discorso, si dice, che Archimede Siracusano nel suo Trattato de Dimensione Circuli, ò vogliamo dire Della misura del Cerchio, conclude, che posto il Diametro del Cerchio 1. all'hora la sua circonferenza sarà più di $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. ma manco di $3\frac{1}{7}$. Onde quando il diametro sia 1. si conclude che la sua circonferenza non può arriuare a $3\frac{1}{7}$. Alche opponendosi il Signor Iosesse Scaligero, dice che non può essere, che quando il diametro del Cerchio è 1. la sua circonferenza non arriui a $3\frac{1}{7}$. anzi che è necessario, che ella passi detto $3\frac{1}{7}$. perche se la circonferenza non passasse questo $3\frac{1}{7}$. ò vogliamo dire se la circonferenza non fusse piu di $3\frac{1}{7}$. ne seguiria che l'Ambito, ò cōtorno, ò giro della figura rettilinea di dodici lati eguali, & tanto maggiormente l'Ambito di ciascun'altra figura di maggior numero di lati inscritta nel Cerchio, fusse maggiore, che non è la circonferenza istessa del Cerchio (& che però si trouassero portioni di cerchio nelle quali la Corda fusse piu lunha dell'arco, ò vogliamo dire, che la linea retta fusse più lunga della curua hauente i medesimi dui punti per termini) ilche è inconueniente, & impossibile; Onde è anco inconueniente, & impossibile, che la circonferenza del Cerchio sia solo $3\frac{1}{7}$. quando il diametro si pona 1. Et per dimostrare quanto egli dice (cioe che stante la proportione sesquisettima data da Archimede fra la circonferenza del Cerchio, & il suo diametro, ne seguiria il detto inconueniēte.) Il Signor Iosesse nel suo libro a facciate 28. pone la seguente sua Propositione quinta.

Ambitus Dodecagoni circulo inscribendi plus potest, quam circuli ambitus. Et quanto deinceps plurium laterum fuerit Polygonum circulo inscribendum tanto plus poterit ambitus Polygoni, quam ambitus circuli.

Cioe. L'Ambito del Dodecagono da inscriuere nel cerchio è maggiore che l'ambito del Cerchio. Et consequentemente di quanti più lati sarà la figura rettilinea equilatera da inscriuersi nel Cerchio tanto più sarà mag. l'ambito d'essa, che l'ambito del Cerchio;

FORMANDO il Cerchio A. C. D. B. G. & in esso inscriuendo vn Duodecagono equilatero, siano le due linee rette A. D. & D. B. dui lati d'esso Duodecagono, & tirata la retta A. B. ad essi dui lati sottotendente ella sarà il lato dell'Esagono inscritto nel Cerchio. & perche ella è sempre eguale al semidiametro del Cerchio in che l'Esagono si inscriua, ponendosi il diametro A G. di questo Cerchio 16. essa A. B. lato dell'Esagono verrà ad essere 8. Hora dice il Signor Iosesse, che posto il diametro del Cerchio 16. all'hora la sua circōferenza per quanto mostra Archimede non arriuaria a $50\frac{2}{7}$. (che nasce a moltiplicare 16. via $3\frac{1}{7}$.) ma supposto anco che ella arriuasse a 51. con tutto ciò l'Ambito del Duodecagono eccederia essa circonferenza poiche l'ambito del Duodecagono detto è più di 51. & per mostrarlo, il Si-

gnor Ioseffe tirata la linea retta F. H. D. dal centro F. del Cerchio all'angolo D. del Duodecagono, quale F. D. sega per mezo an angoli retti nel punto H. la retta F. A lato dell'Esagono sottotendente alli dui lati del Duodecagono, dice (come è vero) che la potentia della linea F. H. è 48. (cioe che la linea F. H. è per la lunghezza radice quadra di 48.) & seguendo dice, che la lunghezza d'essa F. H. sarà 6 $\frac{1}{1}\frac{2}{3}$. in circa, che cauato dalla lũghezza F. D. (semidiametro posto 8) restarà la lũghezza di H. D. 1 $\frac{}{1}\frac{1}{3}$. in circa. Et poco di sotto segue a dire (come è vero) che l'angolo D. H. A. è retto, & che il quadrato di D. A. è eguale alla somma de' quadrati di D. H. & H. A; poi seguendo a righe 26. dice.

Et quia D. A. est latus Duodecagoni ambitus Duodecagoni plus poterit quam duodecies H. A. hoc est quam triplum diametri A. G. duodecies quadrato 1 $\frac{}{1}\frac{1}{3}$. hoc est 13. integris fere potentialibus; quorum latus longe maius est, quam $\frac{}{1}\frac{3}{6}$. diametri. Maior est igitur ambitus Duodecagoni quam $\frac{5}{1}\frac{1}{6}$. diametri, ideo longe maior quam peripheria A. B. C. D. G.

Cioe. Et perche D. A. è il lato del Duodecagono, l'ambito del Duodecagono sarà più potente, che dodici volte la H. A. cioe che il triplo del diametro A. G. tanto quanto importa dodici volte il quadrato d'1 $\frac{}{1}\frac{1}{3}$. ilche è 13. intieri potentiali in circa; il lato de' quali è molto maggiore, che li $\frac{}{1}\frac{3}{6}$. del diametro. Maggior dunque è l'ambito del Duodecagono, che li $\frac{5}{1}\frac{1}{6}$. del diametro, però è molto maggiore, che non è la circonferenza A. B. D. B. G.

Hora notisi che in questo suo ragionamento doue consiste la sua conclusione non è realmente dimostratione necessaria; perche se bene D. A. lato del Duodecagono è piu potente di H. A. (che è la quarta parte del diametro A. G. (essendo essa H. A. la mità del lato dell'Esagono inscritto) & però è 4.) tanto quanto importa il quadrato della linea H. D. (dà lui posta circa 1 $\frac{}{1}\frac{1}{3}$.) non è però necessario esser vero quello che detto Signor Ioseffe ne fà seguire, cioe che l'ambito del Duodecagono (che è 12. volte quanto il lato D. A.) sia piu potente, che il dodecuplo di H. A. cioe che il triplo del diametro A. G. tanto, quanto è 12. volte il quadrato d'1 $\frac{}{1}\frac{1}{3}$. Et lo conosceremo trasportando in margine il triangoletto rettangolo A. H. D. & allungando il lato A. H. verso l'H. fino in r. talmente che A. r. sia dodecuplo ad A. H. & che però sia 48. triplo del diametro A. G. & ancora allungando il lato A. D. verso il D. fino in n. talmente che A. n. sia dodecupla ad A. D. & che però essa A. n. venga ad essere l'ambito del Duodecagono da inscriuere nel sopradetto Cerchio, & tirando la r. n. che sarà equidestante alla H. D. per la 2. propositione del sesto de gli Elementi d'Euclide, & però perpendicolare alla r. A. haueremo formato il triangolo rettangolo A. r. n. simile al triangoletto rettangolo A. H. D. perilche essendo la linea A. r. 12. volte quanto la A. H. a lei corrispondente nel triangolo piccolo (& cosi la A. n. 12. volte quanto la A. D.) ne seguirà per la seconda del sesto, che la r. n. sia similmente 12. volte quanto la H. D. a lei corrispondente nel triangolo piccolo, onde quando la H D. sia 1 $\frac{}{1}\frac{1}{3}$. all'hora la r. n. saria 12 $\frac{1}{1}\frac{1}{3}$. ma supponiamo che ella fusse 13. [poiche il Signor Ioseffe dice l'ambito del Duodecagono potrà più del triplo diametro A. G. dodici volte il quadrato d'1 $\frac{}{1}\frac{1}{3}$. cioe quasi 13. intieri potentiali, il lato de' quali [dic'egli] è molto più delli $\frac{}{1}\frac{3}{6}$. del diametro (cioe molto più di 3. vnità; perche essendo il diametro A. G. 16. vnità, ciascun sediciesimo del diametro è 1.) ilche insieme con il triplo della lunghezza del diametro (cioe con 48.) fa più delli $\frac{5}{1}\frac{1}{6}$. del diametro (cioe di 51.) & però è molto maggiore della circonferenza A. C. D. B. H. Hora dico se la linea r. n. dodecupla alla H. D. si pone essere 13. perche la linea A. n. è più potente della A. r. 48. nel quadrato r. n. se noi mediante le A. r. & r. n. vogliamo trouare la A. n non bisogna giongere la radice quadra di 13. che è piu di 3. alla lunghezza di A. r. che è 48. & faria più di 51. & dire che perciò A. n. è più di 51. che questo in tal caso non fa a proposito, ne è vniuersalmente vero, che nelli Triangoli rettangoli giongendo la radice quadra d'vno de' dui lati, che contengono l'angolo retto con la lunghezza dell'altro d'essi dui lati, ne venga per somma la lunghezza del lato opposto all'angolo retto; & quando pure alcuno hauesse opinione che potesse esser vero bisognaria dimostratiuamente prouarlo, & stabilirlo.

Anzi se noi mediante le linee A. r. & r. n. poste 48. & 13. vogliamo trouare la lunghezza di A. n; bisogna giongere il quadrato di 13. che è 169. con il quadrato di 48. che e 2304. & la somma che e 2473. sarà il quadrato, ò potenza di A. n; però la lunghezza di A. n. sarà la radice quadra di 2473. cioe alquanto meno di 49 $\frac{3}{4}\frac{6}{9}$. & però ancor meno di 29 $\frac{3}{4}$. Et cosi l'ambito del Duodecagono non saria piu di 51. come vuol concludere il Signor Ioseffe, ma ne anco arriuaria a 50. perilche egli non eccederia altramente la circonferenza del Cerchio. Et se il Signor Ioseffe volesse intẽdere, che l'ambito del Duodecagono sia piu potente del Dodecuplo della linea A. H. nel Dodecuplo del quadrato della linea A. D. posta da lui 1 $\frac{1}{1}\frac{}{3}$. questo non saria vero, perche hauendo noi prouato che la linea r. n. è Dodecupla alla H. D. veniamo a conoscere, che il quadrato d'essa r. n. non e Dodecuplo al quadrato della H. D. anzi le sarà 144. vplo, poiche la pro-

por-

portione de'quadrati, e duplicata alla proportione delle linee, che sono lati d'essi quadrati (per la 19. del sesto d'Euclide) onde se questo mediante volessimo trouare quãto più possa l'A. n. che la A. r. conuerria trouare il quad. di H. D. che essendo ella posta $1\frac{1}{13}$. esso suo quad. saria $\frac{196}{169}$. & questo moltipl. per 144. che faria $167\frac{1}{169}$. però diressimo il quadrato di A. n. eccedere il quadrato di A. r. in 167. in circa, onde per trouare la lunghezza di A. n. conuien trouare il quadrato di A. r. che e 2304. & a questo giongere il quadrato di r. n. posto essere 167. in circa, che faria 2471. in circa, per la potenza, ò quadrato di A. n. però essa linea A. n. saria circa a $49\frac{5}{7}$. & non più di 51. come dice il Sig. Ioseffe. Et il dire che con dodici volte il quadrato d'$1\frac{1}{13}$. e quasi 13. intieri potentiali, il lato de' quali e molto piu di 3. non e cosa che appresso il Geometra sia di valore alcuno.

Et notisi, che quando pure fusse vero l'ambito del Duodecagono essere piu di 51. ne seguiria, che esso ambito fusse maggiore non solo del numero attribuito ad Archimede a questa circonferenza; ma anco del numero che ad essa circonferenza vuole attribuire il Signor Ioseffe, toglien do egli a dimostrare nella sua propositione sesta, che ella e potentialmente decupla al suo diametro, perche essendo il diametro hora 16. la sua potenza, ò quadrato saria 256. & il decuplo di questo saria 2560. per la potenza della circonferenza, onde essa circonferenza saria la radice quadra di 2560. cioe alquanto manco di $50\frac{3}{5}$. & però secondo quello che dice il Signor Ioseffe, quando la circonferenza d'vn Cerchio fusse manco di $50\frac{3}{5}$. all'hora l'ambito del Duodecagono inscrittoli verria ad essere più di 51. ilche si conosce essere impossibile, & inconueniente.

Et diuiso per mezo l'arco A. D. con la retta F. C. che si parta dal centro F. & tirata la C. A. ella sottotenderà alla mità della duodecima parte della Circonferenza del Cerchio, cioe essa C. A. sarà vn lato del 24. agono equilatero da inscriuere nel Cerchio; ilche inteso, soggiunge poi il Signor Ioseffe a facciate 29. alla penultima riga.

Rursus quadratum latinis $1\frac{1}{13}$. recta H. D. sunt $\frac{196}{169}$. qua composita cum quadrato H. A. efficient quadratum D. A. $17\frac{47}{169}$. per 47. primi, quod angulus D. H. A. sit rectus, vt iam ortensum est. Quadratum igitur E. A. est $\frac{730}{169}$. (nempe quanta pars quadratum D. A. dupla ipsius E. A.) Quadratum autem recta C. A. plus potest, quam quadratum C. A. quadrato E. C. per eandem 47. primi, quod scilicet recta F. C. peripheria D. C. A. bifaria in C. diuidens, recta quoque D. A. bifaria diuidat in E. per antecedentem, & ideo ad angulos rectus. Triangulum itaque C E. A. est orthogonium. Sed quad. E. A. est $\frac{730}{169}$. cuius latus paulo maiusculum quam $2\frac{7}{13}$; Quare vicesies quater plusquam $2\frac{7}{13}$. erunt plusquam, aut sane non minus quam $\frac{1}{1}\frac{6}{6}$. ambitus nempe ἐικοσα τετραγώνου, maior vtique ambitu circuli circumscribentis, qui tantum positus erat $\frac{5}{1}\frac{1}{6}$. Et quo pluria fuerint latera polygoni, eo longe maior per numeros reperietur ambitu circuli circumscribentis ambitus polygoni inscripti. Quod erat demonstrandum.

Nel quale ragionamento pare che egli vogli mostrare l'ambito del 24. agono inscritto in questo Cerchio di 16. per diametro, essere circa a 61. & però molto maggiore della circonferenza del Cerchio, ma perche egli non troua la lunghezza di A. C. lato del 24. agono, da tale ragionamento non si può veramente cauare quanto sia l'ambito del 24. agono; saluo se egli non volesse intendere la linea A. C. essere circa a $2\frac{7}{13}$. numero da lui nominato, ma attribuito ad E. A. forsi per errore; perche ponendo il quadrato d'E. A. $\frac{730}{169}$. il lato, ò linea E. A. saria la radice quadra di $\frac{730}{169}$. che e alquanto piu di $2\frac{1}{13}$. (& non $2\frac{7}{13}$.) che a voler trouare la A. C. lato del 24. agono conuerria giongere il quadrato di E. C. con il quadrato di A. E. & il composto, ò somma saria il quadrato di A. C. però la radice quadra d'esso composto saria la linea A. C. che moltiplicata per 24. numero de' lati, mostraria l'ambito del 24. agono.

Et notisi che dal dire il Sign. Ioseffe, che il quadrato della linea D. A. (lato del Duodecagono) è $17\frac{47}{169}$. si viene a poter conoscere, che la radice quadra di questo $17\frac{47}{169}$. essendo manco di $4\frac{1}{6}$. cioe essendo la linea A. D. mãco di $4\frac{1}{6}$. ne segue che l'ambito del Duodecagono secondo questo calcolo venga ad essere 12. volte, manco di $4\frac{1}{6}$. cioe manco di 50. & non più di 51. come egli di sopra volea concludere. Oltre di ciò auertasi, che quelli numeri adoprati dal Signor Ioseffe a facciate 30. sono fallati, perche primieramente a giongere $\frac{196}{169}$. quadrato (secondo lui) di H. D. con il quadrato della linea H. A. qual quadrato e 16. non fa $17\frac{47}{169}$. ma $17\frac{27}{169}$. onde D. A. saria anco minore di quello che egli dice, & però l'ambito del Duodecagono saria tanto più minore di 50. (che la radice quadra di $17\frac{27}{169}$. è manco di $4\frac{1}{7}$. & 12. volte $4\frac{1}{7}$. fa solo $49\frac{5}{7}$.) Et quando il quadrato di D. A. fusse $17\frac{27}{169}$. come stante la H. D. $1\frac{1}{13}$. egli doueria essere, all'hora la quarta parte d'esso non verria ad essere $\frac{730}{169}$. come dice il Signor

Io

Iosesse, mia $\frac{7}{1}\frac{2}{6}\frac{5}{0}$. Et se pure l'ambito del 24.agono, ò d'altra figura rettilinea inscritta nel Cerchio fusse 61. (numero che pare, che egli vogli attribuire ad esso ambito del 24. agono, & da lui composto non sò in che modo, poi che non si vede di doue veramente dersui il $2_1\frac{7}{2}$.) è manifesto che tale ambito saria anco molto maggiore del numero, che il Signor Iosesse con la sua regola cerca d'attribuire alla circonferenza del detto Cerchio, poiche volendo che ella sia potentialmente decupla al suo diametro, che hora è 16. ella non arriuaria a $50\frac{2}{3}$. come di sopra s'è detto.

Et notisi, che di sopra hò detto non essere vniuersalmente vero, che ne' triangoli rettangoli giongendo la radice quadra d'vno de' dui lati, che contengono l'angolo retto, con la lunghezza dell'altro d'essi dui lati ne venga per somma la lunghezza del lato opposto all'angolo retto; perche può ben essere che si troui alcun triangolo rettangolo tale; & se noi nel triangolo rettangolo A. r. n. volessimo che il lato A. r. fusse 48. all'hora il lato r. n. saria questa quantità irrationale, cioe $\frac{2}{3}$. piu rad cuba L 4607 $\frac{2}{2}\frac{6}{7}$. piu rad. 2123332 $\frac{2}{2}$.7. piu rad. cuba L. 4607 $\frac{2}{2}\frac{6}{7}$. m̃ rad. 2123322 $\frac{2}{2}$.7. la rad. quadra del che gionta ad A. r. 48. faria 48. piu rad. cuba L. 48. piu radice 2303 $\frac{2}{2}\frac{6}{1}$.7 piu rad. cuba L. 48. meno rad. 2303 $\frac{2}{2}\frac{6}{7}$.7. & questo saria il lato A. n; che se volessimo esplicare queste quantità irrationali con numeri rationali propinqui al vero, potressimo dire il lato r. n douere essere circa 21 $\frac{2}{4}\frac{4}{6}\frac{0}{0}$. la rad. quadra del quale e 4 $\frac{1}{2}\frac{2}{0}$. che giõta ad A. r 48. fa 52 $\frac{1}{2}\frac{2}{0}$. & che però A n. saria circa a 52 $\frac{1}{2}\frac{2}{0}$.

Ma quando noi nel triangolo rettangolo A r. n. volessimo che il lato r n. fusse 13. douendo essere l'A. r. tale, che con la radice quadra di 13. formasse il lato A. n; all'hora il lato A. r. saria rad. 468. che giontoli la radice di 13. saria rad. 637. & questo saria l'A. n. il quadrato del quale e 637. che e eguale alla somma de' quadrati di A. r. & r. n, che sono 468 & 169. Et molti, anzi quanti vogliamo Triangoli rettangoli, si possono trouare tali, che il lato opposto all'angolo retto sia tanto lungo quanto il numero che nasce a sommare vno de' lati che formano l'angolo retto con la rad. quadra dell'altro; come sono li posti in margine, in ciascuno de quali il lato A r. insieme cõ la rad. quad. del lato r. n. constituiscono la lunghezza del lato A. n. † Qui vanno li Triangoletti. *

Et se vorremo alcun Triangolo rettangolo Isoscele, cioe di dui lati eguali, tali che la ℞ quadra dell'vno, ò dell'altro de' dui lati che formano l'angolo retto gionta al lato ad esso compagno nel formare l'angolo retto, constituisca la lunghezza del lato opposto all'angolo retto, potremo dire, che ciascuno de' dui lati A. r, & r. n, sia 3 p̃ ℞ 8. che cosi la rad. dell'vno qual si vogli, & e ℞ 2. p̃ 12 gionta all'altro fa ℞ 18 p̃ 4. che e il lato A. n.

Et perche dalle cose dette non sappiamo la vera quantità dell'ambito del Duodecagono, ne del 24.agono da inscriuersi nel proposto Cerchio, verrò ritrouandolo con diligente operatione dicendo. Il diametro del Cerchio A. C. D. B. G. e 16. domando la lunghezza della linea A. D. lato del Duodecagono equilatero da inscriuere in esso Cerchio, & ancora l'ambito del medesimo Duodecagono.

Per trouarlo, Considerato dal punto A. tirata la linea retta A. B. lato dell'Esagono, che si inscriuesse in esso Cerchio, che cosi ella sottotenderà a dui lati del Dodecagono; & considerato dal centro F. al punto D. tirata la retta F. D. semidiametro del Cerchio, & che ella sega la A. B. ad angoli retti in due parti eguali, onde la H A. mità del lato dell'Esagono sarà 4. (perche tutto il lato che è eguale al semidiametro del Cerchio è 8. dal supposito) & considerato il Triangolo rettangolo A. H. F. noi mediante la cognitione della A. H. che è 4. & del lato A. F. opposto all'angolo retto che è 8. essendo egli semidiametro del Cerchio) trouaremo il restante lato, ò linea F. H. essere rad. 48. & questo cauaremo da tutta la F. D. che è 8. & restarà 8. meno rad. 48. per la linea H. D.

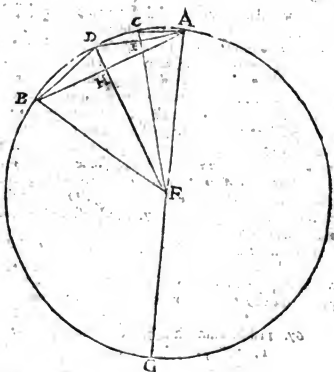
Hora considerato il Triangolo rettangolo D. H. A. del quale li dui lati che formano l'angolo retto D H A. sono noti, mediante essi trouaremo il lato A. D. opposto all'angolo retto, giongendo il quadrato di H. D. quale è 112. meno rad. 12288. con il quadrato di A. H. quale è 16. & fa per somma 128. meno rad. 12288. ilche è il quadrato della linea A. D. però essa linea A. D. che è lato del Dodecagono da inscriuere nel Cerchio proposto sarà la rad. quadra di detto 128. meno rad. 12288. cioe sarà rad. 96. meno rad. 32. Trouato il lato del Dodecagono essere rad. 96. meno rad. 32. lo moltiplicaremo per 12. numero de' lati del suo ambito, & fa rad. 13824. meno rad. 4608. & questo è l'ambito precise del Dodecagono. Ilche se vorremo nominare per numero rationale prossimo al vero, potremo dire egli essere fra 49 $\frac{6}{8}\frac{0}{7}\frac{0}{1}$. & 49 $\frac{2}{4}\frac{4}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{0}$. cioe alquanto piu di 49 $\frac{6}{8}\frac{0}{7}\frac{0}{1}$. ma alquanto manco di 49 $\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{0}$.

Et perche l'ambito, ò circonferenza del Cerchio secondo la regola d'Archimede è minore di volte $3\frac{1}{7}$. il diametro, ma maggiore di volte $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. conosciamo, che del proposto Cer-

chio

chio quale hà 16. per diametro, la circonferēza sarà manco di $50\frac{1}{7}$. ma più di $50\frac{1}{7}\frac{8}{1}$. & per adoprare rotti facili essendo $\frac{1}{4}$. (rotto comodo) poco minore di $\frac{1}{7}\frac{8}{1}$. in vece di $\frac{1}{7}\frac{8}{1}$. potremo dire, che la circonferenza sia piu di $50\frac{1}{4}$.

Ma l'ambito del Dodecagono è manco di $49\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{0}$. cioe per adoprare rotti facili è manco di $49\frac{1}{1}\frac{7}{0}$. (poiche $\frac{1}{1}\frac{7}{0}$. cioe $\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{5}{1}\frac{7}{0}$. è maggiore di $\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{0}$.) onde essendo l'ambito del Cerchio più di $50\frac{1}{4}$. & l'ambito del Dodecagono manco di $49\frac{1}{1}\frac{7}{0}$. non segue, che il Dodecagono giri più del Cerchio, anzi gira meno come è necessario. Et per ciò di qui non si può cauare argumento da distruggere la Regola di Archimede.

Cercaremo hora il lato, & ambito del 24. agono da inscriuere nel medesimo Cerchio.

Operatione.

A. B. lato dell'Esagono è 8. A. H. mità di A. B. è 4. F. H rad 48.
F. D. 8. H. D 8. m̄ rad. 48. D. A. lato del Dodecagono è rad. 96. m̄ rad 32.

L'ambito del Dodecagono è rad. 138224. m̄ rad. 4608. cioe alquanto più di $49\frac{6}{8}\frac{0}{7}\frac{0}{1}$. ma alquanto meno di $49\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{0}$.

H. D. 8. meno rad. 48.
8. meno rad. 48.
64 768
48
112 meno rad. 12288. è il quadrato di H. D.
16 è il quadrato di H. A.
128. meno rad. 12288. è il quadrato di A. D.
128
16384
12288
4096. La sua rad. quadra è 64. la mità della quale e 32. che gionta, & cauata a 64. & di 64. mi-
64 tà di 128 nome maggiore del nostro residuo, fa 96. & 32. la rad. di ciascuua delle quali somma, & restante e rad. 96. & rad. 32. che cauata la minore dalla maggiore, resta rad. 96. m̄ ℞ 32. & questo residuo e la ℞ quadra di 128. m̄ rad. 12288. però il lato del Dodecagono e rad. 96. m̄ rad. 32. da moltiplicare per 12.

rad. 96. m̄ rad. 32. via 12.
1152 384
rad. 13824. m̄ rad. 4608. e il prodotto, & però l'ambito del Dodecagono.
117 67 $\frac{1}{2}\frac{5}{6}$ $\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{5}{4}$
1724 1008 390
Cioe. $117\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{5}{4}$ m̄ $67.\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{9}{4}$. in circa. 2010
Cioe. $49\frac{6}{8}\frac{0}{7}\frac{0}{1}$. in circa, ilche e alquanto manco del douere, cioe non arriua al vero ambito del Dodecagono, come conosceremo dal seguente discorso. 2400
1200 606
1742 871

Dicendosi la ℞ di 13824. essere $117\frac{1}{2}\frac{3}{3}\frac{5}{4}$. q̄sto $117\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{5}{4}$. è alquanto più del douere, perche il denominat. del rotto e il doppio dell'intiero 117. & (per la proprieta di questo modo di formare il rotto nella estrattione delle rad. quadre) il quad. di q̄sto num. eccede il 13824. in tanto quā-

$\frac{[illegible]}{3017211}$ di $49\frac{2441}{3510}$ numero che è maggiore del vero ambito; qual numero maggiore del vero ambito facilmente s'è trouato in questo modo.

Nel pigliare la rad. di 13824. s'è posto che ella sia $117\frac{135}{234}$. numero alquanto maggiore del douere per essersi formato il denominatore del rotto con il doppio del 117. intiero. Et nel pigliare la rad. di 4608. s'è posto che ella sia $67\frac{119}{135}$. numero alquanto minore del douere, per essersi formato il denominatore del rotto con il doppio di 67. intiero, & 1. di piu, onde cauato $67\frac{119}{135}$. da $117\frac{135}{234}$. cioe manco del douere da piu del douere, il restante sarà tanto maggiormente piu del douere, però $49\frac{2441}{3510}$. che resta è piu del douere, cioe maggiore del vero ambito del Dodecagono come s'è detto.

Et perche di sopra si mostrò che $118\frac{3}{4}$. esimo di 134. cioe $67\frac{1064}{1026}$. e piu della rad. di 4608. & che $117\frac{202}{351}$ e manco della rad. di 13824. cioe che 117 $\frac{202}{351}$. e manco del douere, & che $67\frac{532}{603}$. e piu del douere, se cauaremo $67\frac{532}{603}$. da 117. $\frac{202}{351}$. cioe piu del douere, da manco

Cauisi $67\frac{532}{603}$ (71). da $117\frac{202}{351}$.

```
121806
 24921
------
146727
------
211653
```

resta $49\frac{16303}{23517}$.

Cauisi $49\frac{600}{871}$. da $49\frac{16303}{23517}$.

```
   23517        16303
  164619       114121
 188136        130424
--------     --------
20483307     14299913
             14110200
```

resta $\frac{89713}{20483307}$.

del douere, quello che restarà, cioe $\frac{16303}{23517}$. sarà tanto maggiormente manco del douere, però questo $49\frac{16303}{23517}$. e minore dell'ambito del Dodecagono, ma s'accosta piu al vero, che nõ fa $49\frac{4333}{6498}$ & anco che $49\frac{600}{871}$. similmente minori del douere; poiche supera esso $49\frac{600}{871}$. in $\frac{89713}{20483307}$. però hora potremo dire, l'ambito del Dodecagono essere alquanto maggiore di $49\frac{16303}{23577}$. ma non arriuare a $49\frac{2441}{3510}$. Et notisi, che dalle cose dette di sopra, ne potiamo deriuare la Regola che segue.

Regola facile da approssimarsi al vero, nel pigliare la radice quadra delli numeri.

PResa la rad. d'vn numero proposto, & formato il rotto della rad. ponendo sopra alla riga per numeratore l'auanzo, & di sotto per denominatore il doppio dell intiero trouato; che cosi il quadrato di questa rad. trouata superarà sempre il numero proposto, in quanto importa il quadrato del rotto detto, qual quadrato del rotto trouato che sia, si vegga qual rotto facile se li auicini in grandezza, ma che non lo ecceda, anzi sia minor di lui, & questo per comodità si chiami A. qual A. si caui dal numeratore del rotto della rad. restando fermo il denominatore, che il nuouo rotto che formaremo, & si ridurrà a rotto di forma ordinaria chiamandolo B. accompagnato all'intiero medesmo già trouato componerà vn numero il quadrato del quale, eccederà il numero proposto da trouarne la rad. in manco che non lo eccedeua la rad. primieramente trouata, cioe haueremo formatp vna seconda rad. del numero proposto più vicina al vero, che non era la prima.

Ma auertasi nondimeno, che il rotto A. da cauarsi dal numeratore del rotto della rad. primieramente trouata non sia tanto grande, che non possa essere superato dal quadrato del rotto B. perche quando il quadrato del rotto B. non superasse il rotto A. all'hora il quadrato della seconda rad. che trouiamo non eccederia il numero proposto di che si piglia la rad. anzi saria ecceduto da esso numero proposto in tanto, in quanto il rotto A. eccedesse il quadrato del rotto B. che sempre la differenza che è dal numero proposto al quadrato della seconda rad. cosi trouata, sarà tanto, quanto è la differenza del rotto A. al quadrato del rotto B. & se il quadrato del rotto B. sarà maggiore del rotto A. ancora il quadrato della seconda rad. eccederia il numero proposto: ma quando il quadrato del rotto B. fusse minore del rotto A. ancora nella medesma quantità il quadrato della seconda radice saria minore, ò vogliamo dire saria ecceduta dal numero proposto.

Per essempio; Proponendosi 75. da pigliarne la radice, & dicendosi ella essere $8\frac{11}{16}$. il quadrato del quale $8\frac{11}{16}$. eccede il 75. in $\frac{121}{256}$. quadrato del rotto $\frac{11}{16}$. noi per trouare vna rad. più prossima al vero, consideraremo, che $\frac{121}{256}$. non arriua ad $\frac{1}{2}$. (però $\frac{1}{2}$. non ci serue) ma passa $\frac{1}{3}$. però potressimo pigliare $\frac{1}{3}$. & perche $\frac{2}{5}$. & anco $\frac{9}{20}$. maggiori d $\frac{1}{3}$. più s'accostano al $\frac{121}{256}$. potremo pigliare poniamo $\frac{2}{5}$. che è il rotto, che chiamiamo A. & cauarlo da 11. numeratore

tore del rotto $\frac{11}{16}$. che restarà $10\frac{3}{5}$. esimo di 16 cioe $\frac{53}{80}$. che chiamiamo B. quale accompagnato all'8. intiero fa $8\frac{53}{80}$. & questo è rad più propinqua di 75. che non era l'$8\frac{11}{16}$. cioe che il suo quadrato quale è $75\frac{249}{6400}$. eccede il 75. in mãco di $\frac{121}{256}$. in che lo eccedeua il quadrato di $8\frac{11}{16}$. perche eccede il 75. solo in $\frac{249}{6400}$. numero in che $\frac{2809}{6400}$. quadrato di $\frac{53}{80}$. B. eccede il $\frac{2}{5}$. A.

di 75

la prima rad. è $8\frac{11}{16}$. eccede in $\frac{121}{256}$. che è più di $\frac{2}{5}$.

hor piglisi $\frac{2}{5}$. per il rotto A.

la seconda rad. più prossima è 8. $10\frac{3}{5}$. esimo di 16. cioe $8\frac{53}{80}$.

$$
\begin{array}{ll}
8\frac{53}{80} & \\
8\frac{53}{80} & \\
\hline
64\frac{2809}{6400} & \\
10\frac{3}{5} & 1280 \\
 & 2560
\end{array}
$$

Il suo quadrato è $75\frac{249}{6400}$.

Ma se di sopra per rotto A. noi hauessimo preso nõ $\frac{2}{5}$. ma $\frac{9}{20}$. che più s'auicina al $\frac{121}{256}$. senza arriuarlo, cioe che pur anco è minore del $\frac{121}{256}$. & questo $\frac{9}{20}$. cauato da 11. numeratore d'$\frac{11}{16}$. che resta $10\frac{11}{20}$. esimo di 16 cioe $\frac{211}{320}$. che si chiama B. (da accompagnare all'8. intiero, & faria $8\frac{211}{320}$. per la seconda rad.) perche il quadrato di questo B. conosciamo essere mãco di $\frac{9}{20}$. A. (essendo che $\frac{211}{320}$. ò vogliamo dire il $10\frac{11}{20}$. esimo di 16 si vede esser manco di $\frac{2}{3}$. & il quadrato di $\frac{2}{3}$. cioe $\frac{4}{9}$. è manco di $\frac{9}{20}$. poiche al $\frac{9}{20}$. per arriuare ad $\frac{1}{2}$. vediamo mancarui $\frac{1}{20}$ & al $\frac{4}{9}$. per arriuare medesimamente ad $\frac{1}{2}$. manca più, mancandoui $\frac{1}{18}$. che è più d'$\frac{1}{20}$. onde se il quadrato di $\frac{2}{3}$. non arriua a $\frac{9}{20}$. tanto manco vi arriuaria il quadrato di $\frac{211}{320}$. che è manco di $\frac{2}{3}$.) veniamo anco à conoscere, che se dicessimo la rad. di 75. essere $8\frac{211}{320}$. ella non saria più del douere, anzi saria manco del douere, & il suo quadrato che è $74\frac{100841}{102400}$ saria ecceduto dal 75. in $\frac{1559}{102400}$. quantità in che anco $\frac{44521}{102400}$. quadrato di $\frac{211}{320}$. B. ecceduto dal $\frac{9}{20}$. ò vogliamo dire $\frac{46080}{102400}$. A.

Di 75. la rad. è $8\frac{11}{16}$. eccede in $\frac{121}{256}$. che è più di $\frac{9}{20}$. che preso $\frac{9}{20}$. per A. il B. sarà $10\frac{11}{20}$. esimo di 16. cioe $\frac{211}{320}$. Et la seconda rad. verrà ad essere $8\frac{211}{320}$.

$$
\begin{array}{ll}
8\frac{211}{320} & \\
8\frac{211}{320} & \\
\hline
64\frac{44521}{102400} & \\
10\frac{11}{20} & 5120 \\
 & 5632
\end{array}
$$

Il suo quadrato è $74\frac{100841}{102400}$.

Hor sappiasi, che potressimo ancora dare Regola di approssimarsi nel pigliare la rad. quadra delli numeri, dicendo.

Presa la rad. d'vn numero proposto, & formato il rotto della rad. ponendo sopra alla riga per numeratore l'auanzo, & di sotto per denominatore il doppio dell'intiero trouato, che così il quadrato di questa rad. trouata superarà sempre il numero proposto in quanto importa il quadrato del rotto detto, qual quadrato del rotto, troualo che sia, si vegga qual rotto facile sia eguale, ò poco maggiore di lui, cioe che non sia ecceduto da lui, (& maggior propinquità ne apportarà lo eguale,) & questo rotto facile per comodità si chiami R. qual R. si caui dal numeratore del rotto della rad. restando fermo il denominatore, che il nuouo rotto che formaremo, & si ridurrà a rotto di forma ordinaria chiamandola S. accompagnato all'intiero medesmo già trouato cõponerà vna seconda rad. il quadrato della quale non eccederà altrimenti il numero proposto, mà anzi sarà sempre minore d'esso numero proposto in tanto, in quanto il quadrato del rotto S. sia minore del rotto R.

Per essempio proponendosi 72. da trouarne la rad quadra; Dicendosi ella essere 8. & auanzare 8. che posto sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto il doppio d'8. intiero, cioe 16. per denominatore haueremo in tutto $8\frac{8}{16}$. (che bisogna considerare così il rotto senza schisarlo) per rad. propinqua di 72. proposto, ma che è più del douere, poiche il quadrato d'esso $8\frac{8}{16}$. supera il 72. in $\frac{1}{4}$. quadrato del rotto $\frac{8}{16}$. (ò vogliamo dire $\frac{1}{2}$.) Noi per trouare vna seconda rad. propinqua, ma che non sia maggiore del douere, vedremo qual rotto facile sia nõ minore del detto $\frac{1}{4}$. ma egua-

Trouisi la rad. di 72.

la prima rad. è $8\frac{8}{16}$. che eccede in $\frac{1}{4}$.

hor piglisi $\frac{1}{4}$. per il rotto R.

la seconda rad sarà 8. $7\frac{3}{4}$. esimo di 16. cioe $8\frac{31}{64}$.

$$
\begin{array}{ll}
8\frac{31}{64} & \\
8\frac{31}{64} & \\
\hline
64\frac{961}{4096} & \\
7\frac{3}{4} & 1024 \\
 & 63
\end{array}
$$

Il suo quad. è $71\frac{4033}{4096}$.

le,

R. ò poco maggiore di lui, & vediamo $\frac{1}{4}$. istesso eguale a lui essere rotto facile, & però chiamandolo R. lo cauaremo da 8. numeratore di $\frac{8}{1}\frac{1}{4}$. & resta $7\frac{3}{4}$. esimo di 16. cioe $\frac{3}{6}\frac{1}{4}$. che chiamiamo S. quale accompagnato all'8. intiero, fa $8\frac{3}{6}\frac{1}{4}$. per la seconda rad. propinqua, il quadrato della quale è minore di 72. numero proposto solo in $\frac{63}{4096}$. in che $\frac{4001}{0006}$. quadrato dal $\frac{3}{6}\frac{1}{4}$. S. è manco di $\frac{1}{4}$. R.

Et dicendo; Trouisi la rad. di $200\frac{3}{5}$. ella sarà 14. $4\frac{2}{3}$. esimo di 28. che del rotto $\frac{1}{7}\frac{1}{0}$. il quadrato è $\frac{1}{4}\frac{2}{0}\frac{1}{0}$. del quale $\frac{1}{40}$. è maggiore, & questo $\frac{3}{40}$. sia R. che cauato da $4\frac{2}{3}$. numeratore del rotto resta $4\frac{3}{8}$. esimo di 28. che è S. però la seconda rad. propinqua, ma minore del douere sarà 14. $4\frac{1}{8}$. esimo di 28. cioe $14\frac{33}{224}$. ò vogliamo dire $14\frac{5}{3}\frac{5}{2}$. il quadrato della quale che è 200. $\frac{3}{8}$. & $\frac{25}{1024}$. cioe $200\frac{400}{1024}$. sarà superato dal $200\frac{2}{5}$. proposto in $\frac{3}{5120}$. quantità in che il quadrato di $\frac{5}{3}\frac{5}{2}$. S. cioe $\frac{1}{1024}$. è superato da $\frac{1}{40}$. R.

Trouisi la rad. di $14\frac{5}{7}$.

la prima rad. è 3. $5\frac{5}{7}$. esimo di 6. $\frac{20}{21}$. il quadrato è $\frac{400}{441}$. eccesso preso per R.

63

5

da $5\frac{315}{441}$. cauato $\frac{400}{441}$.

resta $4\frac{356}{441}$. però S. sarà $4\frac{356}{441}$. esimo di 6. cioe $\frac{2120}{2646}$. però la seconda rad. sara $3\frac{1060}{1323}$.

R. $\frac{400}{441}$. 3969.

il quadrato di $\frac{1060}{1323}$. S. è $\frac{1123600}{1750329}$. $\frac{1587600}{1750329}$. R. qual quadrato è minore di R. in $\frac{464000}{1610329}$. Et in questo istesso il quadrato della seconda rad. è minore del $14\frac{5}{7}$. proposto.

Ma in altro modo di $14\frac{5}{7}$. la prima rad. minore del douere saria 3. $5\frac{5}{7}$. esimo di 7. cioe $3\frac{40}{49}$. che è maggiore di $3\frac{1060}{1323}$. (anch'ella minore del douere) in $\frac{20}{1323}$. però $3\frac{40}{49}$. è rad. più propinqua, che il suo quadrato è 14. $\frac{3355}{2401}$. quale è minore del $14\frac{5}{7}$. proposto solo in $\frac{360}{2401}$.

$3\frac{40}{49}$. — $3\frac{1060}{1323}$. — $3\frac{40}{49}$. — 240

7. — 189. — $3\frac{40}{49}$. — 44

1. — 27. — $14\frac{3355}{2401}$. — 49

1080. — 1060. — 343. — 2156

1323. — 1323. — 5. — 1600

1715. — 3756

2401.

360

2401

Di $14\frac{5}{7}$. la prima rad. e 3. $5\frac{5}{7}$. esimo di 6. hora sia A. $4\frac{8}{9}$. esimo di 7. cioe $\frac{44}{63}$. cauato da $5\frac{5}{7}$. numeratore resta $5\frac{1}{63}$. però B. sarà $5\frac{1}{63}$. esimo di 6. cioe $\frac{316}{378}$. cioe $\frac{158}{189}$. il suo quad. e $\frac{24964}{35721}$. che eccede $\frac{44}{63}$. A. cioe $\frac{24948}{35721}$. in $\frac{16}{35721}$. però la seconda rad. più propinqua sarà $3\frac{158}{189}$.

B. 158 — 158 — 44. A.

189 — 189 — 63

il suo quadrato e $\frac{24964}{35721}$. — 567 — 2268

2268

24948

35721 A.

Et dicendosi Trouisi la rad. di $14\frac{5}{7}$. ella sarà prima 3. $5\frac{5}{7}$. esimo di 6. il quad. della quale supera il $14\frac{5}{7}$ in quanto importa il quadrato del rotto $\frac{20}{21}$. che importa $\frac{400}{441}$. & ponendo questo essere l'R. cauãdolo da $5\frac{5}{7}$. (cioe da $5\frac{315}{441}$.) numeratore del rotto della rad. trouata resta $4\frac{356}{441}$. esimo di 6. per il rotto S. cioe $\frac{2120}{2646}$. che giõto al 3. intiero fa $3\frac{1060}{1323}$ per la seconda radice propinqua, il quadrato della quale sarà minore del $14\frac{5}{7}$. pposto in $\frac{464000}{1750329}$. che è la quantità in che $\frac{1123600}{1750329}$. quad. di $\frac{1060}{1323}$. S. è superato da $\frac{400}{441}$. R.

Auertasi nondimeno, che questo modo di trouare la seconda rad. minore del douere, mediante la prima maggiore del douere, non è da vsare generalmente; perche spesse volte, essa seconda rad. saria manco vicina al vero, che non è quella minore del douere, che facilissimamente si trouasse formando il denominatore del rotto della prima con il numero che nasce a giongere 1. al doppio dell'intiero della radice il che si conosce auuenire hora; perche 3. $5\frac{5}{7}$. esimo di 7. è maggiore di $3\frac{1060}{1323}$. in $\frac{20}{1323}$. & però il quadrato di $3\frac{40}{49}$. più s'auuicinarà al $14\frac{5}{7}$. proposto, che non fà il quadrato di $3\frac{1060}{1323}$. se bene ciascun di loro è minore d'esso $14\frac{5}{7}$. proposto. Noi dunque potremo solo tener conto del primo modo, ò regola per trouare vna seconda rad. più propinqua della prima, ma anch'ella maggiore del douere, & volendolo vsare hora vedremo che la seconda rad. di $14\frac{5}{7}$. proposte, più propinqua di $3\frac{20}{21}$. sarà $3\frac{158}{189}$.

Di 14 $\frac{5}{7}$. la prima rad è 3. 5 $\frac{5}{7}$. esimo di 6. il quadrato del rotto $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{7}$. è $\frac{4}{4}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{9}{1}$. che è la quantità dell'eccesso oltre il douere; Per trouare la seconda rad. che ecceda in manco, cioe che sia più propinqua; consideriamo che detto $\frac{4}{4}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{9}{1}$. è più di $\frac{4}{4}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{0}{0}$. cioe di $\frac{5}{6}$. Hora preso $\frac{5}{6}$. per A. & cauato da 5 $\frac{5}{7}$. resta $\frac{5}{7}$. & $\frac{1}{6}$. cioe 4 $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{2}$. onde B. saria 4 $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{2}$. esimo di 6. ma questo rotto è manco di $\frac{5}{6}$. & il quadrato d'vn rotto (intendendo hora per rotto ciascuna quantità che non arriui ad 1.) è sempre minore d'esso rotto; però il suo quadrato d'esso B. saria tanto più minore d'A. onde per A. conuien pigliare manco di $\frac{5}{6}$. Dalche ci accorgiamo, che non solo A. deue essere superato dal quadrato di B. ma anco deue essere superato dal B. istesso (essendo B. minore d'1. intiero, & però maggiore del suo istesso quadrato;) Onde quando vedremo che B. sia rotto minore d'A. senza cercare altramente il quadrato di B. conosceremo A. essere troppo. ma quando B. si vegga essere rotto maggiore d'A all'hora conuerrà trouare se il quadrato d'esso B. superi A. (che ben può essere che il rotto B. sia maggiore d'A. ma che poi il quadrato di B. sia minore del detto A.) per chiarirci che l'A. detto sia all'hora a proposito. *Hor sia che per A. si pigli solo $\frac{5}{7}$. che facilmente si caua da 5 $\frac{5}{7}$. numeratore del 5 $\frac{5}{7}$. esimo di 6. & resta vn rotto facile cioe $\frac{5}{6}$. per B. il quadrato del quale $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$. è pur minore di $\frac{5}{7}$. A. (che $\frac{5}{7}$. ridotto a 36. esimi è 5. volte 5 $\frac{1}{7}$. cioe 25 $\frac{5}{7}$. 36. esimi) onde anco $\frac{5}{7}$. è troppo da pigliarsi per A. (che dicendosi B essere $\frac{5}{6}$. & però la rad. di 14. $\frac{5}{7}$. essere 3 $\frac{5}{6}$. questa si ben si troua molto propinqua al vero, saria nondimeno minore del douere, & noi la cerchiamo maggiore del douere.) Hor piglisi per A. vn rotto alquanto minore di $\frac{5}{7}$. & sia solo 4 $\frac{8}{9}$. esimo di 7. cioe $\frac{4}{6}$ $\frac{4}{3}$. che cauato da 5 $\frac{5}{7}$. numeratore resta 5 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$. esimo di 6. per B. cioe $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{8}{9}$. il quadrato del quale, cioe $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{6}{2}$ $\frac{4}{1}$. è ben maggiore di $\frac{4}{6}$ $\frac{4}{3}$. A. che e solo $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{8}{2}$ $\frac{8}{1}$. onde accompagnato questo $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{8}{9}$. B. al 3. intiero fa $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{8}{9}$. per la seconda rad. più propinqua al vero, che non era il 3 $\frac{5}{6}$ $\frac{9}{1}$. prima rad. & il quadrato di questa seconda rad. eccede il quadrato di 14 $\frac{5}{7}$. proposto solo in $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{6}{1}$. quantità in che $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{6}{2}$ $\frac{4}{1}$. quadrato di B. eccede $\frac{4}{6}$ $\frac{4}{3}$. ò vogliamo dire $\frac{4}{1}$ $\frac{0}{5}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{8}{2}$ $\frac{8}{1}$. A.*

Et posto di trouare la ℞ di 24. dicendosi ella essere 4 $\frac{8}{9}$. il quad. del suo rotto (ò vogliamo dire della parte che serue per rotto in essa) e 1. & però sia A. poniamo $\frac{4}{5}$. minore di detto 1. Questo $\frac{4}{5}$ cauato da 8. numeratore dell' $\frac{8}{9}$. resta 7 $\frac{1}{5}$. esimo d'8. cioe $\frac{9}{1}$ $\frac{1}{0}$. il quadrato del quale cioe $\frac{8}{1}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$. e ben maggiore di $\frac{4}{5}$. A. onde il B. hora sarà $\frac{9}{1}$ $\frac{1}{0}$. che accompagnato all'intiero 4 fa 4 $\frac{9}{1}$ $\frac{1}{0}$. per la seconda rad. più propinqua di 24. che il quadrato di detto 4 $\frac{9}{1}$ $\frac{1}{0}$. supera il 24. proposto solo in $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$. in che l' $\frac{8}{1}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$. quadrato di $\frac{9}{1}$ $\frac{1}{0}$. B. supera $\frac{4}{5}$. A.

Et proposto di trouare la ℞ di 24 $\frac{4}{5}$. dicendosi ella essere 4. 8 $\frac{4}{5}$. esimo d'8. il quad. di $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$. rotto, ò quātità che serue per rotto in essa sarà $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{0}$ $\frac{1}{0}$. & questo è maggiore di $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{0}$ $\frac{0}{0}$. però poniamo A. essere $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{0}$ $\frac{0}{0}$. cioe $\frac{6}{5}$. che cauato da 8 $\frac{4}{5}$. numeratore di 8 $\frac{4}{5}$. esimo di 8. resta 7 $\frac{3}{5}$. esimo di 8. & questo saria B. ma il suo quadrato che e manco d'1. non supera A, che e più d'1. però conuien ponere per A. manco di $\frac{6}{5}$. Hor ponasi A. essere 1. che cauato da 8 $\frac{4}{5}$ numeratore di 8 $\frac{4}{5}$. esimo di 8 resta 7 $\frac{4}{5}$ esimo di 8. & questo saria B ma perche egli e manco d'1. ancora il suo quadrato conosciamo douere essere māco d'1. & però non superaria A. posto 1. Dache ci accorgiamo che dall'8 $\frac{4}{5}$. numeratore quando egli e maggiore del denominatore 8. (cioe quando la quantità che nella prima rad. trouata serue per rotto e maggiore d'1. intiero) conuien sempre cauare manco d'1. cioe che ancora in questi casi, & però sempre conuien che l'A. sia manco d'1. Hor ponasi A. essere $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$. che cauato da 8 $\frac{4}{5}$. numerat. detto resta p B. 7 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{0}$. esimo d'8. cioe $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{0}$. il quad. del quale, cioe $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{1}{0}$. e ben maggiore di $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$. ò vogliamo dire di $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{0}$. A. & e maggiore in $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$. però $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{0}$ B. gionto al 4. intiero, che fa 4 $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{0}$. mostrarà questo essere la seconda rad. più propinqua di 24 $\frac{4}{5}$. & il quadrato d'essa superare il 24 $\frac{4}{5}$. solo in $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$. sopradetto.

Et proponendosi 216. da trouarne la ℞ dicendo ella essere 14 $\frac{2}{2}$ $\frac{0}{8}$. che il quad di $\frac{2}{2}$ $\frac{0}{8}$. è $\frac{4}{7}$ $\frac{0}{8}$ $\frac{0}{4}$. & però più d' $\frac{1}{2}$. pigliando $\frac{1}{2}$. per A. & cauādolo da 20. numerat del $\frac{2}{2}$ $\frac{0}{8}$. resta 19 $\frac{1}{2}$. esimo di 28. cioe $\frac{3}{5}$ $\frac{9}{6}$. p B. che il suo quad. e $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$. ma non arriua ad A. posto $\frac{1}{2}$. però esso $\frac{1}{2}$. e troppo (cioe dicendosi la ℞ di 216. essere 14 $\frac{3}{5}$ $\frac{9}{6}$. ella saria manco del douere, che il suo quad. non arriuaria a 216. ma vi mancaria $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{7}{6}$. che manca a $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$. per arriuare ad $\frac{1}{2}$.) onde pigliaremo manco d' $\frac{1}{2}$. & sia $\frac{2}{5}$. per A. che cauato da 20. numeratore di $\frac{2}{2}$ $\frac{0}{8}$. resta 19 $\frac{3}{5}$. esimo di 28. per il B. cioe $\frac{1}{1}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{8}{0}$ cioe $\frac{7}{1}$ $\frac{7}{0}$. il quadrato del quale, cioe $\frac{1}{1}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{9}{0}$. arriua, & supera A. $\frac{2}{5}$. in $\frac{1}{1}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{9}{0}$. però la seconda rad. più propinqua della prima saria 14 $\frac{7}{1}$ $\frac{7}{0}$. Et se volessimo approssimarci più al vero, cioe che la rad. da trouarsi eccedesse il 216. in manco di $\frac{1}{1}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{9}{0}$. conuerria dal 20. numeratore di $\frac{2}{2}$ $\frac{0}{8}$. cauarne vn' A. che fusse ben manco d' $\frac{2}{5}$. ma più di $\frac{1}{3}$. & sia poniamo 2 $\frac{1}{7}$. esimo di 5. cioe $\frac{7}{1}$ $\frac{3}{7}$. che co'l il $\frac{2}{2}$ $\frac{0}{8}$. restarà 19 $\frac{8}{1}$ $\frac{8}{7}$. esimo di 28. cioe $\frac{2}{4}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{9}{0}$. per B. il quadrato del quale, cioe $\frac{8}{1}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{8}{6}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{0}$. e ben maggiore di $\frac{1}{1}$ $\frac{3}{7}$. A. cioe di $\frac{8}{1}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{0}$. che lo supera in $\frac{1}{1}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{0}$. però potremo dire la rad. propinqua di 216. essere 14 $\frac{2}{4}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{9}{0}$. & il suo quadrato superare esso 216. solo in $\frac{1}{1}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{0}$. *Et se pigliassimo per A. vn rotto che fusse ancora alquanto più*

di

di $\frac{7}{10}$ ma manco d'$\frac{1}{2}$ poniamo $\frac{49}{100}$ cauandolo da 20. numeratore del $\frac{20}{28}$ restaria 19 $\frac{51}{100}$ esimo di 28. per il B. cioe $\frac{1951}{2800}$ che il suo quadrato $\frac{3806401}{7840000}$ è più di $\frac{34}{70}$ A. (quale A. ridutto alla denominatione di 38416000. esimi hauera per numeratore 34 volte 54880. cioe 17 volte 109760 via 1865920.) in $\frac{9}{38416000}$. Onde la rad. ancor più propinqua di 216. saria 14 $\frac{683}{980}$ che il suo quadrato superarà il 216. solo in $\frac{9}{960400}$ cioe in manco d'$\frac{1}{106711}$.

Et proponendosi 2504268435. da trouarne la rad. qual rad. primamente si vedrà essere 50042. & $\frac{66671}{100084}$ noi per deriuarne vna rad. più propinqua di questa, con facilità, considerando che il rotto $\frac{66671}{100084}$ è più di $\frac{6}{10}$ (mostrato dalle prime figure sinistre d'esso rotto) ò vogliamo dire è più di $\frac{2}{3}$ sapremo che per ciò il suo quadrato sarà più di $\frac{4}{9}$. Hora posto per A. $\frac{4}{9}$ (che è superato dal quadrato di detto rotto della prima rad. cioe dall'eccesso del quadrato d'essa prima rad.) & cauato dal 66671 numeratore, resta per nuouo numeratore 66670 $\frac{5}{9}$ però B. sarà 66670 $\frac{5}{9}$ esimo di 100084. ilche perche similmente è più di $\frac{2}{3}$ (essendo molto poco differente dal primo rotto) conosciamo benissimo, che il suo quadrato sarà più di $\frac{4}{9}$ & però eccederà A. posto $\frac{4}{9}$ & così facilmente sapremo che 66670 $\frac{5}{9}$ .100084. cioe $\frac{600035}{900756}$ ò vogliamo dire $\frac{120007}{180151}$ insieme con l'intiero 50042. componerà rad. più propinqua che non saria 50042 $\frac{66671}{100084}$.

	2504268435
	50042
1000	42684
8	20083.5
	66671
	100084

Et così potremo procedere ne gl'auanzi (che seruono per numeratore del rotto) nell'estrattione delle rad. delli numeri grandi. Cioe, Considerato qual rotto facile sia alquanto minore del rotto che si trouasse in esse, moltiplicarlo in se stesso, & il prodotto, ò suo quadrato, cauarlo dall'auanzo, ò numeratore detto, che il restante sarà nuouo numeratore stando pur fermo per denominatore il doppio dell'intiero trouato della rad. & questo nuouo rotto (che si ridurrà a forma di rotto ordinario) con l'intiero detto formaranno sempre vna nuoua, ò seconda rad. il quadrato della quale eccederà il numero proposto da pigliarne la rad. in manco che non lo eccederia la prima rad. trouata.

Onde similmente; Proposto 13824 da pigliarne, ò trouarne la rad. quadra propinqua maggiore del douere, trouaremo che l'intiero è 117. & auanza 135. per numeratore, che con il doppio del 117. per denominatore formarà $\frac{135}{234}$ rotto, che subito si conosce essere maggiore d'$\frac{1}{2}$. il quadrato del quale $\frac{1}{2}$ è $\frac{1}{4}$. questo $\frac{1}{4}$ (che si suole chiamare A.) cauato da 135. numeratore, resta 134 $\frac{3}{4}$ nuouo numeratore, però il rotto (che si suole chiamar B.) sarà $\frac{539}{936}$ & la rad. propinqua sarà 117 $\frac{539}{936}$ il quadrato della quale eccederà il 13824. proposto in quello in che il quadrato di $\frac{539}{936}$ che è $\frac{290521}{876096}$ eccede $\frac{1}{4}$ cioe $\frac{219024}{876096}$ cauato dal 135. quale eccesso si vede essere $\frac{71497}{876096}$ cioe manco d'$\frac{1}{12}$ perche il denominatore 876096. contiene il numeratore 71497. più di 12. volte, entrando detto numeratore nel denominatore 12 volte con auanzo.

	13824
	117
22	1724
	135

234. è più di $\frac{13}{23}$ il quadrato di questo è $\frac{169}{529}$ che è più di $\frac{4}{13}$ rotto facile, qual pigliaremo per A. da cauare da 135. numeratore, & haueremo per B. 134 $\frac{9}{13}$ esimo di 234. cioe $\frac{1751}{3042}$ però la rad. più propinqua sarà 117 $\frac{1751}{3042}$.
Di $\frac{1751}{3042}$ il quad. è $\frac{3066001}{9253764}$ che superà $\frac{4}{13}$ in $\frac{2118689}{120298932}$.

711828
4
2847312
218689

Et se di sopra considerando il $\frac{135}{234}$ rotto della prima rad. hauessimo alquanto più diligentemente discostandoci manco dal vero, detto che egli è più di $\frac{13}{23}$ il quadrato del che è $\frac{169}{529}$ & tolto questo $\frac{169}{529}$ per A. Ouero essendo egli rotto hora discomodo da adoprare, in vece sua preso $\frac{169}{529}$ cioe $\frac{4}{13}$ minor di lui, per essere sicuri che questo $\frac{4}{13}$ sia nō solo minore del quadrato del detto rotto $\frac{135}{234}$ ma ancora del quadrato del rotto che deriuarà per B. quando haueremo cauato il $\frac{4}{13}$ [ilche è quello che importa il tutto] & adoprato $\frac{4}{13}$ per A. perche esso $\frac{4}{13}$ è maggiore d'$\frac{1}{4}$ di sopra adoprato egli ci seruiria a formare rad. più propinqua che nō è 117. 134 $\frac{3}{4}$ esimo di 234. (deriuata dal pigliare $\frac{1}{4}$ per A.) che cauato $\frac{4}{13}$ da 135. numeratore restaria 134 $\frac{9}{13}$ esimo di 234. per il B. cioe $\frac{1751}{3042}$ che con l'intiero 117. fa 117 $\frac{1751}{3042}$ rad. propinqua che eccede il 13824. solo in $\frac{218689}{120298932}$ cioe nella quantità in che $\frac{3066001}{9253764}$ quadrato

di

di $\frac{7751}{4042}$. eccede $\frac{4}{13}$. cioe $\frac{284771}{9\ldots}$ [illegible]. quale eccesso è manco d' $\frac{1}{42}$. perche il 218689. numeratore entra, ò vogliamo dire, è contenuto nel 925376+. denominatore più di 42. volte.

Il diametro del Cerchio A. C. D. B. G. è 16. domando la lunghezza della linea A. C. lato del 24. agono Equilatero da inscriuere in esso cerchio; Et ancora l'ambito del medesimo 24. agono.

Operatione.

La linea F. A. semidiametro del Cerchio è 8.

La D.A. lato del Duodecagono (& base del Triãgolo Equicrure D. F. A. è ℞ 96.m̃ ℞ 32.

La A. E. mità della D. A. è rad.24. meno rad.8.

La F. E. perpendicolare nel Triangolo Equicrure detto D.F.A. cioe che fà angolo retto con la E.A. viene ad essere rad.24. piu rad.8.

F. C. è 8.

E. C. 8.m̃ rad.24.m̃ rad.8.

A.C. lato del 24. agono ℞ L 128.m̃ ℞ 6144.m̃ ℞ 2048.ꝗ.

Il giro, ò ambito del 24. agono è rad.L. 73728. m̃ rad.2038431744. m̃ rad.679477248.ꝗ. cioe alquanto manco di 50$\frac{7}{10}$.

O' vogliamo dire più di rad.2512$\frac{1}{6}$ [illegible].ma manco di rad.2512$\frac{2}{13}$.

O' vogliamo dire più di 50 [illegible].ma manco di 50 $\frac{1}{1}$ [illegible].

O' vogliamo dire più di 50$\frac{1}{9}$.ma manco di 50$\frac{1}{8}$.

A. E. rad.24.m̃ rad.8.
rad. 24.m̃ rad. 8.

Quadrato di A. E. 32.m̃ rad 768. Cauato da 64. quadrato di A. F. resta 32. p̃ rad.768. che è il quadrato di F. E. però essa linea F.E. sarà rad.24. piu rad.8. Et questa cauata da F.C. quale è 8. resta 8.m̃ rad.24 m̃ rad.8 che è la linea E. C.

E. C 8.m̃ rad.24.m̃ rad. 8.
8 m̃ rad.24.m̃ rad.8.

64
24
8

96.m̃ rad.6144.m̃ rad.2048.piu rad.768. è il quadrato di E.C.
32.m̃ rad. 768. è il quadrato di E. A.

128.m̃ rad.6144. m̃ rad.2048. è il quadrato di A. C. però la linea A. C. lato del 24. agono sarà la rad.quadra d'essa quantità, cioè sarà rad. vniuersale, ò legata di 128.m̃ rad. 6144.m rad.2048. Et l'ambito del 24. agono sarà 24. volte tanto.

rad.L. 128.m̃ rad. 6144.m̃ rad.2048.ꝗ. da moltiplicare per 24. cioe per rad.L.576.ꝗ.

3072	147456	49152
73728	3538944	1179648
	84934656	28311552
	2038431744	679477248

rad.L.73728.m̃ rad.2038431744.m̃ rad.679477248.ꝗ. è l'ambito del 24. agono

	4 5 1 4 8	2 6 0 6 6
8	438	34772
90	1343	353648
902	44217	40802
9028	813144	B. 26066$\frac{10238}{13044}$.
	89840	

A. 45148 $\frac{11370}{11482}$.

Per trouare vicino al vero in quantità rationale, il valore della detta rad. quadrata vniuersale, ò legata, che mostra l'ambito del 24. agono; Noi da 73728. cauaremo, cioe da 73728. si hà da cauare alquanto manco d'A. & alquanto manco di B. ma per breuità cauiamone solo 45148. & 26066. cioe cauiamone 71214. che è manco di quello che veramente si doueria cauare, & restarà 2514. che perciò è più di quello, che veramente doueria restare, onde la detta rad. vniuersale, ò ambito del 24. agono è alquanto manco di rad. vniuersale 2514. ò vogliamo dire è alquanto man-

manco di rad. 2514 ma questa radice 2514. ridotta a numero rationale è alquanto manco di 50 $\frac{7}{50}$. (perche il quadrato di 50 $\frac{7}{50}$. eccede 2514. in [illegible]. però 50 $\frac{7}{50}$. e alquanto più del l'ambito del 24. agono, cioe detto ambito è manco di 50 $\frac{7}{50}$.) Ma se nel determinare detto ambito del 24. agono, ci vorremo accostare più al vero di quello che si fà dicendo egli essere alquanto manco di 50 $\frac{7}{50}$. Consideraremo che ponendo il numero A. 45148 [illegible]. & il B. 26066 [illegible]. ciascun d'essi saria alquanto manco del douere, onde la somma loro saria manco del douere, & però cauata da 73728. restaria più del douere; ma la somma d'essi A. & B. detti, eccede 71215 [illegible]. però cauando solo 71215 [illegible]. da 73728. che resta 2512 [illegible]. questo restante è più del douere, cioe l'ambito del 24. agono non arriua a rad. 2512 [illegible]. & però tanto meno arriuarà a 50. 12 [illegible]. esimo di 100. cioe a 50 [illegible]. & però non arriuarà a 50 [illegible]. (che è più di 50 [illegible].) & perche 50 $\frac{1}{8}$. è ancor più di 50 [illegible]. noi per adoprare rotti facili potremo dire che esso ambito non arriua a 50 $\frac{1}{8}$. cioe che egli è manco di 50 $\frac{1}{8}$. Et se ancora ci piacerà chiudere detto ambito del 24. agono, fra dui numeri rationali, hauendo veduto, che egli non arriua a 50 $\frac{1}{8}$. consideraremo hora, qual numero se li possa dare per l'altro termine. Onde diremo, che douendo essere il vero numero A. manco di 45148 [illegible]. & il vero numero B. manco di 26066 [illegible]. la somma di questi sarà maggiore della somma vera; onde cauando la somma di questi da 73728. il restante saria minore del douere, ma la somma di questi non arriua a 71215 [illegible]. però questo 71215 [illegible]. è tanto maggiormente maggiore della somma vera; onde cauandolo da 73728. che restarà 2512 [illegible]. perche ne habbiamo cauato più del douere, questo restante sarà manco del douere, & però l'ambito del 24. agono sarà maggiore di rad. 2512 [illegible]. ma questa rad. 2512 [illegible]. è maggiore di 50. 12 [illegible]. esimo di 100. cioe di 50 [illegible]. però tanto più l'ambito del 24. agono sarà maggiore di 50 [illegible]. & conseguentemente tanto più sarà maggiore di 50 [illegible]. cioe di 50 [illegible]. & però tanto più di 50 60 [illegible]. esimo di 505. cioe di 50 [illegible]. Et volendo adoprare rotto più facile; perche $\frac{1}{9}$. è minore di [illegible]. potremo tanto maggiormente dire, che esso ambito è maggiore di 50 $\frac{1}{9}$. & così concluderemo 50 $\frac{1}{9}$. & 50 $\frac{1}{8}$. essere i termini facili, fra i quali si chiude l'ambito del 24. agono da inscriuersi nel Cerchio che habbi 16. di diametro; cioe esso ambito passare 50 $\frac{1}{9}$. ma non arriuare a 50 $\frac{1}{8}$.

PER trouarlo; Cõsideraremo il Triangolo rettangolo F. E. A. del quale il lato F. A. opposto all'angolo retto E, sappiamo essere 8. (che egli è semidiametro del Cerchio proposto) & il lato A. E. conosciamo essere rad. 24. m̃ rad. 8. (cioè la mità di A. D. lato del Dodecagono trouato essere rad. 96. m̃ rad. 32.) onde cauando il quadrato di A. E. rad. 24. m̃ rad. 8. qual quadrato è 32. m̃ rad. 768. dal quadrato di F. A. 8. qual quadrato è 64. & restarà 32. p̃ rad. 768. questo restante (per la penultima del primo d'Euclide) sarà il quadrato del lato F. E. onde la linea F. E. verrà ad essere la rad. di detto 32. p̃ rad. 768. qual rad. è rad. 24. p̃ rad 8. cioe la linea F. E. sarà R 24. p̃ rad. 8. quale cauaremo da tutta la linea F. C. che è 8. & resta 8 m̃ rad. 24 m̃ rad. 8. per la restante linea E. C. Hora considerato il Triangoletto rettangolo A. E. C. del quali li dui lati A. E. & E. C che contengono l'angolo retto sono noti, sapendo noi che A. E. è rad. 24. m̃ rad 8 & che E. C. è 8 m̃ rad. 24. m̃ rad 8. mediante questi dui trouaremo che l'altro lato A. C. cioe il lato del 24. agono da inscriuersi nel Cerchio proposto è la rad. di 128 m̃ rad. 6144. m̃ rad. 2408. somma delli quadrati di A. E. & E. C. Hora conosciuto che il lato del 24. agono detto è rad. L 128. m̃ radice 6144. m̃ rad. 2048. ɿ. moltiplicando essa quantità per 24. (cioe per rad. L 576. ɿ. numero delli lati del 24. agono, & se ne produrrà rad. L 73728 m̃ rad. 2038431744 meno rad. 679477248. ɿ. questo sarà il precise ambito cercato del 24. agono, da inscriuersi nel proposto cerchio, qual quantità ridotta a numero rationale facile, si conoscerà essere fra 50 $\frac{1}{9}$. & 50 $\frac{1}{8}$. cioe essere più di 50 $\frac{1}{9}$. ma non arriuare a 50 $\frac{1}{8}$.

Sapendo noi dunque che l'ambito del 24. agono da inscriuere nel proposto cerchio non arriua a 50 $\frac{1}{8}$. & che la circonferenza d'esso cerchio per quanto mostra Archimede è maggiore, ò passa 50 $\frac{1}{4}$. conosciamo che stante questo calculo non ne segue che l'ambito del 24. agono sia, ò appaia maggiore della circonferenza del cerchio in che egli si inscriuesse, anzi che il 24. agono girà meno come è necessario; Et perciò ne anco di qui si può cauare argumento da distruggere la Regola d'Archimede. Ma per maggiore sodisfattione delli studiosi passiamo ancora à trouare la quantità vera dell'ambito del 48. agono equilatero che si inscriuesse nel medesimo cerchio.

Il diametro d'vn cerchio è 16 si domanda il lato, & l'ambito della figura rettilinea equiangola di 48 lati inscritta ali.

Per trouarlo, noi per breuità poneremo che del proposto cerchio il centro sia F. & A. C. la vigesimaquarta parte della circonferenza d'esso, accioche la retta A. C. sia il lato del 24. agono che si inscriuesse in esso cerchio, la quãtità della quale A. C. già habbiamo nota, & diuiso l'arco A. C.

In due parti eguali nel punto I, & da esso I. al centro F. tirata la retta I. F. ella diuiderà per mezo angoli retti in P. la retta A.C. onde anco haueremo nota la A.P. mità di A.C. nota, & tirata la retta A.I. (che sottotenderà all'arco A. I. che è la mità della vigesimaquarta parte della circonferenza del cerchio, & però vna delle 48. parti eguali d'essa circonferenza) questa A. I. sarà il lato del 48. agono equilatero che si inscriuesse nel proposto cerchio, & per trouarne la quantità, cioe per conoscere per numero quanto sia lunga la detta linea A. I considereremo il triangolo rettangolo F.P.A. & mediãte li dui lati noti F.A. 8. & A.P. rad.L 32. meno rad. 384. meno rad. 128. ɿ. trouaremo il lato, ò linea F.P. essere rad. L 32. p̄ rad. 384. p̄ rad. 128 ɿ. quale cauaremo da tutta la F I 8 & restarà 8. meno rad. L 32 p̄ rad. 384. p̄ rad. 128. ɿ per la linea P. I. Hora considerato il triangoletto rettangolo A. P. I. del quale li dui lati A. P & P. I. che formano l'angolo retto già ci sono noti, noi essi mediante trouaremo l'altro che si oppone all'angolo retto, cioè la linea A. I. che è anco del lato 48. agono detto; essere rad. L 128. meno rad. L. 8192. p̄ rad 25165824. p̄ rad. 8388608. ɿ ɿ. & cosi moltiplicando questa quantità per 48. numero de' lati del 48. agono che produrrà rad. L 294912. meno rad L 47308602492. p̄ rad. 709154811724267782144. p̄ radice 2363849372414225940 48. ɿ ɿ. questa sarà la vera quantità dell'ambito 48. agono da inscriuersi nel proposto cerchio; quale ambito ridotto a numero rationale facile propinquo al vero vedremo non arriuare a $50\frac{23}{100}$. Ma la circonferenza del detto proposto cerchio secondo la regola d'Archimede passa $50\frac{1}{4}$. cioe $50\frac{25}{100}$. però conosciamo che ne anco di qui si potria cauare argomento da distruggere la regola d'Archimede; Onde a volerla pur distruggere, essendo ella formata & stabilita con propositioni, ò dimostrationi Mathematiche, conuerria far conoscere nelle dimostrationi che egli adopra doue consistesse l'errore, ò fallacia, ò vogliamo dir in qual parte, ò in qual luogo vi si trouasse mancamento, ò non si concludesse a sufficienza il vero.

Operatione.

La linea F. A. semidiametro del Cerchio è 8.
La A.P. mità di A.C è rad. L 32. meno rad. 384. meno rad. 128 ɿ.
La P. I. è 8. meno rad L 32. p̄ rad. 384 p̄ rad. 128. ɿ.
La A.C. lato del 24. agono è rad L 128. meno rad 6144. meno rad. 2048. ɿ.
La F. P che fà angolo retto con la P A. è rad. L 32. p̄ rad. 384. p̄ rad 128. ɿ.
La F. I. semidiametro è 8.
La A I. lato del 48. agono è rad L 128. meno rad. L 8191. p̄ rad 25165824 p̄ rad 8388608. ɿ ɿ.

L'ambito del 48. agono è fra rad. $2523\frac{7626}{584776}$ & rad. $2523\frac{7677}{584777}$. O' vogliamo dire in numeri rationali alquanto più largamente è tra $50\frac{23}{101}$ & $50\frac{24}{100}$. Cioe l'ambito del 48. agono è maggiore di $50\frac{43}{101}$. ma non arriua a $50\frac{23}{100}$. quando il diametro del cerchio che lo circonda toccando ciascun suo angolo è 16.

La linea A. P. è rad. L 32 meno rad. 384. meno rad. 128. ɿ il suo quadrato è 32. meno rad. 384. meno rad 128. quale cauato da 64 quadrato della linea A. F. resta 32. p̄ rad. 384. p̄ rad. 128. che è il quadrato della linea F.P. però essa linea F.P. sarà la rad. d'essa quantità, cioe sarà rad. L 32. più rad. 384. più rad. 128. ɿ.

La linea P.I. è 8. meno rad. L 32 p̄ rad. 384 p̄ rad. 128. ɿ.
8 meno rad L 32. p̄ rad 384. p̄ rad. 128. ɿ.
64. p̄ 32 p̄ rad 384. p rad. 128.
moltiplicatione di me. rad. L 32. p̄ rad. 384. p̄ ℞ 384 p̄ ℞ 128. ɿ. via 16. ch'è ℞ L 256. ɿ
492 | 2048
8192 | 32768
524288
meno rad. L 8192 p̄ rad. 25165824. p̄ rad. 8388608. ɿ. è il prodotto.

96. p̄ rad 384 p̄ rad 128. me. ℞ L. 8192 p̄ rad. 25165824. p̄ rad. 8383608. ɿ è il quadrato di P.I.
32. m̄ rad. 384. m̄ rad. 128. è il quadrato di P.A.

128 meno rad. L 8192. più rad. 25165824 più rad. 8388608. ɿ. è la somma, & questa è il quadrato d'A. I. però la linea A. I lato del 48. agono, sarà la rad. quadra di questa somma, cioe sarà rad. L. 128. meno rad. L. 8192. più rad. 25165824 più rad. 8388608. ɿ ɿ. Et l'ambito del 48. agono sarà 48. volte tanto.

Moltiplichisi radice L. 128. meno radice L. 8192. più rad. 25165824. più rad. 8388608. ɿ ɿ. per 48. cioe per radice L. 2304. ɿ.

radice L 2304 ɿ.
rad. L. 294912. ɿ.

Mol-

Moltiplicatione di meno rad.L rad.L 8192. piu rad.25165824.piu rad. 8388608.⅃⅃.
via radice L.2304.⅃.cioe via rad.L L.5308416.⅃⅃.

rad.L L.5308416.⅃⅃. 5308416
rad.L L. 8192.⅃⅃. 5308416
42467328 84934656
10192215872 21233664
43489543872 42467328
15925248
26532080
rad.28179280429056
rad. 8388608
225434243432448
169075682574336
225434243432448
225434243432448
84537841287168
225434243432458
rad 236384937241422594048
rad.709154911724267782144

Rad.L 294912.meno rad.L 43486543872.più radice 709154811724267782144.piu radice 236384937241422594048.⅃⅃.è la vera quantità dell'ambito del 48. agono.

r.L 294912.m̃ r.L 43486543872.p̃ r.709154811724267782144.p̃ r.236384937241428594048.⅃⅃

$292388\frac{577159}{584777}$.C
rad. L 2523 $\frac{7637}{584777}$.L
5 0
23 $\frac{7627}{584777}$.
50 100

ma solo 50 $\frac{28}{100}$. è maggiore più vicino al vero, che il suo quadrato 2523. $\frac{520}{000}$.è poco maggiore di 2523 $\frac{7627}{584777}$.

2 6 6 2 9 9 6 0 7 9 0
4 309
52 3315
532 15948
4 530411
58 5117072
98 32377142
53159920 4212266778
14 484072,2021
266299607 90 $\frac{4713015 8044}{5325992 1581}$ A.

1 5 3 7 4 8 1 5 0 3 1.
1135
305 22949
74 148037
8 2506124
96 4622914
2 154705322
307496300 9571975940
6 3470869314 8
15374815031 $\frac{3956063087}{30749630063}$ B.
26629960790 ——— A.
42004775822
43486543872
85591339694
2 9 2 3 8 8
454
58 1391
4 22731
6 520296
58476 5255294
$292388\frac{577150}{584777}$C.

Per ridurre la vera quantità del ambitu del 48. agono a numero rationale vicino al vero, ma che non sia minore del vero, anzi che superi il vero, trouaremo il valore della rad L.⅃. interiore, composta dal trinomio che si vede, ma scarsamente; cioe che non arriui al suo vero valore, ò vogliamo dire, che sia minore del douere; accioche dal 294912. cauato esso maneo del douere, resti più del douere; & che cosi esso restante mostri che il vero ambito del 48. agono non arriua

metro, cioe come da rad. 40. ad 1. Onde sapendo noi il semidiametro F.P. essere rad. L. 32. piu rad. 384. piu rad. 128. ⅂. lo moltiplicaremo per rad. 40. & produrrà rad. L. 1280. piu rad. 614400. piu rad. 204800. ⅂. ilche verria ad essere la vera quantità della circonferenza del detto Cerchio, secōdo il Signor Iosesse, che per ridurla a numero rationale vicino al vero, giongeremo la radice di 614400 che è 783 $\frac{1}{1}\frac{3}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$. & alquanto più; & la rad. di 20800. che è 452. $\frac{4}{9}\frac{0}{0}\frac{6}{1}$. & alquanto più, con 1280. che la somma sarà 2516 $\frac{1}{2}$. & più; però essa circonferenza saria più di rad.

Moltiplichisi rad. L 32. piu rad. 384. piu rad. 128. ⅂. via rad. L 40. ⅂.
Il prodotto è rad. L 1280. piu rad. 614400. piu rad. 204800. ⅂.

452

783 | 8 448

14 1244 | 90 2300

156 6000 | 452 496

783 1311 | 905

1567

$50\frac{1}{8}\frac{2}{9}$.
$50\frac{1}{8}\frac{2}{9}$.
$2500\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$.
$16\frac{1}{4}$.
$2516\frac{1}{6}\frac{7}{4}\frac{6}{0}\frac{9}{0}$. la somma è 1236 $\frac{1}{6}$. & più.
1280

℞ L 2516 $\frac{1}{2}$. ⅂. cioe ℞ 2516 $\frac{1}{2}$. & piu.

2516 $\frac{1}{2}$. & però piu di 50. 16 $\frac{1}{2}$. esimo di 101. cioe di 50 $\frac{1}{3}\frac{4}{0}\frac{9}{1}$. Ouero per adoprare rotto più facile, & anco più propinquo al vero, potremo dire che ella saria piu di 50 $\frac{1}{8}\frac{2}{0}$. (che il quadrato di 50 $\frac{1}{8}\frac{2}{0}$. cioe 2516 $\frac{1}{6}\frac{7}{4}\frac{6}{0}\frac{9}{0}$. non arriua a 2516 $\frac{1}{2}$.) ma l'ambito del 24. agono nel quale detto Cerchio si finge douersi inscriuere è manco di 50 $\frac{1}{8}$. cioe manco di 50 $\frac{1}{8}\frac{1}{1}$. però si vede, che nel Cerchio, supponendo la Circonferenza essere potentialmente decupla al diametro ne seguiria l'ambito del 24 agono (& consequentemente l'ambito di ciascun'altro rettilineo equilatero di maggior numero di lati) circonscritto ad esso Cerchio, essere minore dell'ambito del Cerchio stesso, ilche è cōtro il douere, & impossibile; perilche di qui si conosce che se il diametro del Cerchio è 1. la Circonferenza non può arriuare a rad 10. cioe non può la Circonferenza essere potentialmente decupla al diametro; anzi conuiene che sia minore di potentialmente decupla.

Ma perche l'hauere la Circonferenza proportione potentialmente decupla al diametro è da questo Signore fondato sopra la propositione Geometrica da lui formata, veniamo all'esamine della dimostratione d'essa, che a facciate 31. è per ordine la sesta, & dice come segue.

Propositio 6. Theorema.

Quadratum ab ambitu circuli decuplum est quadrati a diametro.

Circulus N.O. abscindat de linea infinita Q.T. recta A.B. incipiens super ea moueri ab eo puncto, quod in eo est, donec ad idem reuoluatur per prius Postulatum huius. Recta igitur A B. est equalis perimetro eiusdem circuli propositi N.O. Semicirculo A.E.F.B. super recta A.B. descripto accomodetur longitudo E.B. tripla longitudinis N.O. per primā quarti, iungatur recta E.A. Deinde a signo E. demittatur recta E.C. perpendicularis ad A.B. per 12. primi. Rursus de eadem recta A.B. abscindatur pars decima D.B. per 9. sexti. Postremo a puncto D. excitetur D.F. ipsi A. B. perpendicularis per 11. primi, & connectatur recta F. A. F. B. Per Corollarium 8. sexti, recta B.F. est media proportionalis inter A.B. B.D. Ergo per Corollarium 19. aut 20. sexti, est longitudo A.B. ad longitudinem B.D. ita quadratum A.B. ad quadratum B.F. Sed longitudo A.B. est decupla longitudinis B.D. ex constructione. Ergo quadratum A.B. est decuplum quadrati B.F. Quare per 47. primi quadratum A F. est nonuplum quadrati B.F. hoc est longitudo A.F. est tripla longitudinis F.B. per 9. decimi. His ita demonstratis excitentur A.R. B.P. perpendiculares ipsi A. B. ac propterea paralella erunt rectis C.E. D.F. Itaque angulus R.A.E angulo A.E.C. & angulus P.B.F. angulo B F.D. erunt equales, vt pote alterni. Item anguli E. H. A. F.H.B. per 15. primi equales. In triangulis vero E.A.H. F.B.H. anguli A.E.H. B F.H. equales, quia recti sunt per 31. tertij. Igitur reliquus E.A.H. reliquo F.B.H. equalis. Quibus ablatis ab equalibus R.A B. P.B.A. remanent R.A.E. hoc est A.E.C. F.A.B. itē P.B.F. idest B.F.D. E.B. A. aquales; Sed anguli A.E C. A.B.E. sunt aquales, item B.F.D. F.A B. *ppea q̄ triangula A.E.C. A.E.B. sunt itē* B FD. B *F A. aquiāgula p 8. sexti. QVARE F.A.B. E.B.A. sunt aquales: quemadmodum etiam anguli A.E.B. B.F.A. in triangulis A.B.E. B.A.F. Reliquus ergo E. A.B. reliquo F.B.A. aqualis, & triangulum triangulo aquangulum. Cum igitur ambo triangula A.B.E. B.A.F. habeant latus comune A. B. oppositum aqualibus angulis A.E.B. B.F.A: idemque adiacens aqualibus angulis E.A.*B. *F.* B. *A. ergo per 26. primi, reliqua latera A.F. F.* B. *reliquis lateribus* B.E. E.A. *sunt aqualia. Sed longitudo A.F. est tripla longitudinis F.B. ex constructione; Ergo consequenter* B.E. *tripla erit longitudinis E.A. Atqui eadē* B.E. *est tripla longitudinis N.O. ex constructione. Ergo per 9. quin-*

ti A.E. N.O. sunt æquales. Ideo quadratum A.B hoc est quadratum a peripheria circuli N.O. est decuplum quadrati a diametro N.O. Quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Ex istis constat, quod ratio quam habet longitudo ambitus circuli ad longitudinem dimetientis maior est tripla sesquiseptima.

Nam si, verbigratia longitudo diametri fuerit septem partium: qualium potentia diametri fuerit 49. talium 490. erit potentia perimetri: quæ quidem maior est, quam 484. quæ sunt in ratione tripla sesquiseptima.

Questa Propositione non conclude quello che ella piglia a dimostrare, perche in essa doue dice QVARE F.A.B. E.B.A, sunt æquales (cioe perilche li dui angoli F.A.B, & E.B.A. sono eguali fra loro;) Questo dalle cose antecedenti non si può dedurre in alcun modo, perche se bene nelli dui angoli retti R.A.B. P.B.A. leuando dall'vno l'E.A.H. & dall'altro l'F.B.A. eguali fra loro, rimangono dall'vno li dui R.A.E. F.A.B. & dall'altro li dui P.B.F. E.B.A; & che perciò la somma delli dui R.A.E. F.A.B. sia eguale alla somma delli altri dui P. B. F. E. B. A; & che conseguentemente in vece dell'R A E. ponendo l'A E C. a lui eguale, & in vece del P B F. ponendo il B F D. a lui eguale, ne segua che la somma delli dui A E C. F A B. sia eguale alla somma delli dui B F D. E B A; & che nelli vni l'A E C. superiore sinistro sia eguale nelli altri all'A B E. inferior destro, & che l'F A B. inferior sinistro sia eguale al B F D. superior destro, non ne segue però che l'F A B. inferior sinistro deua essere eguale all'E B A. inferior destro, cioe essendo l'F A B, eguale al B F D. nò ne segue però che il medesmo F A B. deua anco essere eguale all'E B A. che con conuerria che B F D. fusse eguale all'E B A. & anco l'A E C, all'F A B. cioe che li quattro angoli A E C, F A B, E B A. B F D. fussero eguali fra loro, il che non è necessario, perche considerando le due figure angolari poste in margine, ciascuno delli dui angoli A E C. E B A può bene essere poniamo di gradi 16. & ciascuno delli dui F A B, B F D, poniamo di gradi 20. (essendo ciascuno delli dui angoli E A H. F B H. di gradi 54) senza che F A B. di gradi 20 deua essere eguale ad E B A. di gradi 16. Et consequentemente non è necessario li dui triangoli A B E, B A F, essere fra loro equiangoli, ne la linea A F, essere eguale alla B E; Anzi per trouare il vero, considerando noi che quando il diametro d'alcun Cerchio sia 4970. all'hora la Circonferenza (come mostra Archimede) non può arriuare a 15620. (che è volte $3\frac{1}{7}$. il diametro) ma ben passa 15610. (che è volte $3\frac{10}{71}$. il diametro) conosciamo che quando la Circonferenza si dica essere 15620. all'hora il diametro è più di 4970. ma quando la Circonferenza si dica essere 15610. all'hora il diametro non arriua a 4970. onde nella figura proposta quando la linea retta A B. si pona eguale alla circonferenza d'alcun Cerchio, & sia 15620. sappiamo il suo diametro essere piu di 4970. & però il triplo d'esso preso per la linea B E. cioe la linea B E, sarà piu di 14910. ma il quadrato d'A B. 15620. è 243984400. & li $\frac{9}{10}$. d'esso sono 2.0585960. & questo sarà il quadrato della linea A F. mentre che la linea B D, sia la decima parte della A B, come pone il Signor Iosesse, però essa linea A F. non arriuarà $14814\frac{1}{2}$. onde veramente douendo essere la B E. (14910. & piu) piu lunga di B F. ($14814\frac{1}{2}$. & meno) conosciamo che la B E, s'accostarà piu alla linea B A. che non fa la F A, cioe che il punto E. sarà piu vicino al punto A. che non è il punto F. al B, & però la A E, sarà piu corta della B F.

15620	15610	15620
		15620
		243984400
		219585960
4970	4970	1 4 8 1 8
$3\frac{1}{7}$	$3\frac{10}{71}$	28 2358
710	700	296 545.9
14910	14910	2 24986.0
15620	15610	12836
		$14814\frac{3209}{7409}$

Et perche li dui triangoli rettangoli H E A. H F B, sono equiangoli, & perciò di lati proportionali, essendo il lato A E, nell'vno piu corto del lato F B. a lui corrispondente nell'altro, ancora l'A H. opposto all'angolo retto nell'vno sarà piu corto dell H B. opposto all'angolo retto nell'altro; onde nel triangolo A H B, essendo il lato A H più corto del lato B H, ne seguirà per la 18. del primo delli Elementi d'Euclide, che ancora l'angolo A B H, ò vogliamo dire A B E, sia piu piccolo dell'angolo B A H, ò vogliamo dire B A F.

Et notisi che con il modo istesso di dimostrare del Signor Iosesse, in detta sua propositione sesta, si potria ancora concludere l'ambito del Cerchio al suo diametro hauere qual altra proportione ci paresse; che se volessimo mostrare l'ambito al diametro esserli potentialmente quincuplo, si diria.

Quadratum ab ambitu circuli quincuplum est quadrati a diametro.

Et seruendoci delle parole istesse, & delle lettere istesse della figura d'essa sesta propositione, mutando solo nel corso d'essa ad vna ad vna
le parole. tripla decima decupla decuplum nonuplum tripla tripla tripla trip. decuplum,
in queste. dupla quinta quintupla quintuplũ quadruplũ dupla dupla dupla dup. quintuplũ;
nelli luoghi occorrenti; Et nel Corollario mutando quello che fusse necessario come si vede di sotto; concluderessimo l'ambito del Cerchio esser potentialmente quincuplo al suo diametro.
Et di già si concludeua che esso ambito era potentialmente decuplo al medesmo diametro, Onde stando fermo il diametro d'vn Cerchio, la circonferenza saria, & lũga, & corta a beneplacito, ilche in tutto si conosce essere impossibile.

Propositio 6. Theorema.

Quadratum ab ambitu Circuli QVINCVPLVM est quadrati a diametro.

Circulus N O. abscindat de linea infinita Q T. recta A B. incipiens super ea moueri ab eo puncto quod in eo est, donec ad idem reuoluatur, per prius Postulatum huius. Recta igitur A B, est aequalis perimetro eiusdem circuli propositi N O; Semicirculo A E F B, super recta A B, descripto accomodetur longitudo E B. DVPLA longitudinis N O. per primam quarti, iungatur recta E A. Deinde a signo E. demittatur recta E C. perpendicularis ad A B, per 12. primi. Rursus de eadem recta A B abscindatur pars QVINTA D B. per 9. sexti. Postremo a puncto D excitetur D F, ipsi A B. perpendicularis per 11. primi, & cõnectatur recta F A. F B. per Corollarium 8. sexti, recta B F. est media proportionalis inter A B. B D. Ergo per Corollarium 19. aut 20. sexti, vt longitudo A B. ad longitudinem B D, ita quadratum A B, ad quadratum B F. Sed longitudo A B, est QVINCVPLA longitudinis B D, est constructione, ergo quadratum A B. est QVINCVPLVM quadrati B F. Quare per 47. primi quadratum A F. est QVADRVPLVM. quadrati B F. hoc est longitudo A F, est DVPLA longitudinis E B. per 9. decimi. His ita demonstratis excitentur A R. B P. perpendiculares ipsi A B, ac propterea paralellae erunt rectis C E. D F. Itaque angulus R A E, angulo A E C, & angulus P B F. angulo B F D. erunt aequales, vt pote alterni; Item anguli E H A, F H B, per 15. primi aequales. In triãgulis vero E A H, F B H, anguli A E H, B F H, aequales, quia recti sunt, per 31. tertij. Igitur reliquus B A H, reliquo F B H, aequalis. Quibus ablatis ab aequalibus R A B, P B A, remanent R A E, hoc est A E C, F A B, item P B F, idest B F D, E B A, aequales: Sed anguli A E C. A B E, sunt aequales, item B F D, F A B, propterea quod triangula A B C, A E B, item D F D, B F A, sunt equiangula per 8. sexti. QVARE F A B. E B A. sunt aequales, quemadmodum etiam anguli A E B, B F A, in triangulis A B E, B A F. Reliquus ergo E A B, reliquo F B A. aequalis, & triangulum triangulo aequangulum. Cum igitur ambo triangulo A B E. B A F. habeant latus commune A B, oppositũ aequalibus angulis A E B. B F A; idemque adiacens aequalibus angulis E A B, F B A, ergo per 26 primi reliqua latera A F, F B, reliquis lateribus B E, E A. sunt aequalia. Sed longitudo A F, est DVPLA lõgitudinis F B, ex constructione. Ergo consequenter B E. DVPLA erit longitudinis E A. Atqui eadem B E. est DVPLA longitudinis N O, ex constructione. Ergo per 9. quinti A E, N O, sunt aequales; Ideo quadratum A B, hoc est quadratum a peripheria circuli N O, est QVINCVPLVM quadrati a diametro N O. Quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Ex istis constat, quod ratio quam habet longitudo ambitus circuli ad longitudinem dimetientis. MINOR est tripla sesquiseptima.

IMMO MINOR est dupla sequisquarta.

Nam si verbigratia, longitudo diametri fuerit septem partium: qualium potentia diametri fuerit 49. talium 245. erit potentia perimetri: quae quidem MINOR est, quam 484. quae sunt in ratione tripla sesquiseptima.

IMMO quae quidem MINOR est, quam 248 $\frac{1}{16}$. quae sunt in ratione dupla sesquiquarta.

Et se nella figura della nostra Propositione, alcuno dicesse non esser vero, che la linea B E, sia dupla al diametro N O. del Cerchio, come diciamo che si pona; si risponde che egli la faccia pure longa, ò corta al suo modo, cioe faccia pure terminare il punto E. più vicino, ò più lontano dall'A. doue gli pare, che questo non ostante la dimostratione restarà nel medesmo suo vihore.

Et se alcuno dirà che nella figura del Signor Iosesse, se ben non si proua che l'angolo F A B, sia eguale all'angolo E B A, non è perciò che questo non sia vero, onde consequentemente la linea A F. è eguale alla B E, & la F B, alla E A, perilche essendo A F. tripla alla F B, come s'e prouato,

an-

ancora la B E, sarà tripla alla E A; ma la medesma B E. e posta tripla all'a N O. dalla construttione, onde perciò la A E, sarà eguale al N O, & consequentemente il quadrato di A B, cioe della circonferenza del Cerchio che e decuplo al quadrato di B F, & però decuplo al quadrato di EA, sarà ancora decuplo al quadrato del diametro N O. come si volea mostrare. Et che il trouar noi che la linea B E, deua esser piu lunga che la F A, & consequentemente il punto E, accostarsi piu all'A. che non fa il punto F. al B, & seguendo, che perciò l'angolo A B E. sia piu piccolo che l'angolo B A F, nasce dal supposito falso, che noi facciamo, cioe, che quando la linea A B, presa per la circonferenza del Cerchio sia 1620. all'hora il diametro preso per N O. deua essere piu di 4970. come vuole Archimede; ilche e a punto quello che il Signor Iosesse non consente, anzi del tutto cerca di distruggere. Et che se noi stante la proportiune potentialmente decupla, che il Signor Iosesse dice essere fra la circonferenza, & il diametro del Cerchio, construeremo diligentemente la figura, vedremo che a punto come e il vero la linea A F. sarà eguale alla B E, (perche ciascuna d'esse sarà la rad. di 21958590, cioe quasi 14818 $\frac{1}{2}$.) & la F B. eguale alla E A, (& ciascuna d'esse eguale al semidiametro N O, che sarà la rad. di 24398440, cioe quasi 4919 $\frac{1}{2}$.) & però essere certificato ogni cosa.

Rispondo, che non e dubbio che la figura si può construere in modo che la linea B E, sia eguale alla A F, & farne seguire tutto il rimanente della conclusione; ma io dico, che quando ciò auuẽga all'hora e impossibile che essa B E. sia tripla al diametro N O, del cerchio, alla circonferenza del quale si trouasse eguale la A B, posta potentialmente decupla a detta N O, & linealmente decupla alla D B; Ouero che quando la B E, fusse tripla al diametro N O. e impossibile che la A B, potentialmente decupla al diametro N O possa essere eguale alla circonferenza d'esso, & che anzi questo a punto e quello che bisognaria prouare, cioe che quando la A B, fusse intesa, ò considerata eguale alla circonferenza d'alcun Cerchio, & presa la B D, sua decima parte, & dal punto D eretta la perpendicolare D F, & tirata la F A. che questa F A, saria necessariamente eguale al triplo del diametro del Cerchio del quale la A B, fu intesa, ò posta la circonferenza, cioe che la F B, sia il diametro del Cerchio medesmo, ò vogliamo dire che preso il triplo del diametro del medesmo Cerchio, & con vno de gl'estremi posto in B, & accomodato nel Cerchio, l'altro estremo arriui precise nel punto E. della circonferenza del mezo Cerchio, tolto tanto lontano dal termine A, del diametro A B, quanto e lontano l'F, dall'altro termine B, dell'istesso diametro A B.

Et ancor noi nel dire che la circonferenza del Cerchio e potentialmente quincupla al suo diametro, potremo construere la nostra figura in modo che ponendo la A B, per circonferenza, & presa la B D, sua quinta parte, & eretta la perpendicolare D F, & poi tirata la B F, & ancora la A F, che si proua esser doppia alla B F, & accomodata la B E, nel mezo cerchio in modo che ella sia eguale alla A F, ò vogliamo dire in modo che il punto E, sia tanto lontano dall'A, quanto e l'F. dal B; potressimo poi dire che la B E, e presa doppia al diametro del Cerchio di che A B. e circonferenaa; ouero che dal punto B, accomodata nel mezo Cerchio vna linea doppia al diametro del Cerchio detto, ella sarà la B E, eguale alla A F, ma perche non lo prouaressimo, la nostra propositione restarebbe indemonstrata, come anco auuiene a quella del Signor Iosesse, ne e possibile a trouar modo di dimostrarla; perche la proportione potentialmente decupla detta non può essere fra la circonferenza; & il diametro; Et questa impossibilità si e mostrata in particolare, quando si e fatto conoscere che ne seguiria l'ambito del Cerchio trouarsi maggiore dell'ambito del 24. agono regolare, & consequentemente dell'ambito d'altre figure di maggior numero di lati circoscritte al Cerchio, ilche e impossibile. Et notisi

100
10000
10
100000
3 1 6
62 3900
613 $\frac{1}{6}\frac{4}{2}\frac{4}{2}$. & piu.

100
3 $\frac{1}{\,}\frac{0}{1}$.
1000
14
290
314 $\frac{\,}{7}\frac{6}{1}$. & piu.

100
3 $\frac{1}{7}$.
quasi. 314 $\frac{2}{7}$.

che questa proportione potentialmente decupla e talmente maggiore di quella che veramente conuien che si troui fra la circonferenza, & il diametro, che non solo con l'intelletto, ma ancora con l'occhio ce ne potremo accorgere, poiche se il diametro d'vn Cerchio fusse 100. misure, la sua circonferenza seconda la proportione potentialmente decupla al diametro verria ad essere rad. 100000. cioe 316 $\frac{\,}{2}\frac{4}{1}\frac{8}{1}$ & piu, & però con rotto piu facile potiamo dire che verria ad essere 316 $\frac{2}{6}$. & piu; ma se noi formaremo vn Cerchio che habbi 100. misure di diametro, & misurata dili-

diligentemente la sua circonferenza, Ouero trouata la circonferenza d'vna ruota grande perfettamente tonda,& diuisala in parti che siano eguali ad vn centesimo del diametro cioe a quelle 100. in che si hà da diuidere il suo diametro, trouaremo veramente, che le parti della circonferenza non passano $316\frac{2}{9}$. ma nõ arriuano pure a 315. anzi ne anco deuono arriuare a $314\frac{2}{7}$. che è volte $3\frac{1}{7}$. quanto il diametro; ma deuono bene essere alquãto piu di $314\frac{6}{7}\frac{}{1}$. che è volte $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. il diametro; cioe per adoprare rotti facili potremo dire che saranno piu di $314\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ma non arriuaranno a $314\frac{1}{2}$.

Et questo per hora basti intorno alla consideratione della proportione, che nel Cerchio hà la circonferenza al suo diametro.

Et perche il Signor Iosesse segue dipoi a voler mostrare il modo Geometrico di inscriuere nel Cerchio qual si vogli rettilineo equilatero, & per principio pone la sua propositione 12. a faciate 45. che è la seguente, sarà bene per conoscere il vero, che vediamo di intendere quello, che ella contiene.

Propositio 12. Theorema.

Si duabus diametris in circulo se se normaliter secantibus, a limite vnius ad alteram producta latera Hexagoni, & Pentagoni, eidem circulo inscribendorum eÿciantur: residuum diametri eiecta, quod interiectum est inter productũ latus Hexagoni, & latus quadrati circulo eidem inscribendi, bifariam a latere Pentagoni secatur.

In Circulo A B C D, diametrus B D, secans diametrum A C. normaliter producta sit ad partes G. in infinitum: cui producta occurrat recta A G, aqualis diametro A G. Connectatur recta A B, & C G. intelligatur esse iuncta. Deinde recta B G. secta sit bifariam in F. & manifestum est C G, esse aqualem ipsi G A; & totum triangulum A G C, esse aquilaterum, & quadrata A G, E G, esse vt 4. & 3. vt iam toties diximus, ideoque inter se potentia cõmensurabilia tantum. B B, autem dimidia ipsius A G, & ipsi A G, longitudine commensurabilis, ideoque ipsi E G, potentia tantum commensurabilis. Erit igitur B G. ἀποτομη, linea ἀλογος, Aio si illã ἀποτομην ductum occurrere signo F. Iungatur igitur recta A F. secans periheria A I B, in puncto M. Aio A M. esse latus Pẽtagoni circulo A B C D, inscribendi. Describatur alius circulus A B C D, B G, recta a limite A. in punctum sectiodis bifaria F. demissa fuerit, in ipsa demissa esse latus Pẽtagoni circulo A B C D, inscribendi, hoc est latus Pentagoni circulo A B C D, inscribendi procuius diametrus A C, diametrum B D, secans producatur in partes M. aut G. Connectatur D M. aqualis diametro B D. diuisa A M. in F. bifariam, iungantur F D. F B; Itaque, vt vides, hic M D; obtinet locum recta A G. in altero circulo, & A M. est Apotome obtinens locum ipsius B G. Ostendendum est triangulum B F D. esse vnum ex quinque triangulis, in qua Pentagonum resoluitur. Eadem enim opera ostendetur in D F, hoc est in A F. (in altero circulo) esse latus Pentagoni. Centro F. interuallo F D, aut F B, describatur circulus G B I D. Connectantur recta aquales B I, B K, & ex producta I B, infinite in N, abscindatur B H, ipsi F B, aqualis. Connectatur recta H F, secans peripheriam G K B I D. in K. Deinde ex H I. abscindatur H L, ipsi H K, aqualis. Quia recta I B, B K, aquales sumpta sunt ergo peripherias aquales subtendent per 28. tertÿ. Et per 27. eiusdem, anguli K F B, B F I. Triangulorum F K B, F I B, sunt aquales: Et triangulum K H L. alterutri triangulorum F K B, F B I, aquangulum, cum angulus B H F. sit aqualis angulo B F H. per 5. primi. Si enim duorum triangulorum isoscelium anguli ad virticem sunt aquales, reliqui omnino erunt aquales per 32. primi. Et triangula ipsa aquangula. Quare triangula K F B, B F I, K H L. sunt aquangula. Anguli autem infra basim K L B. B I C, sunt aquales per 5. primi. Itaque per 11. sexti in triãgulo H F I, erit vt H K, ad K F, ita H L, ad L I, cõponẽdo vt H F. ad H K, ita H I, ad H L, ἀνάπαλιν, vt ad H F, ita H L, ad H I, ἐναλλάξ, vt H K. ad H L, ita H F, ad H I. Sed H K, H L, ex constructione sunt aquales. Ergo H F, H I, sunt aquales. Et propterea triangulum H F I, isosceles. Cum igitur in triangulo H F I, angulus ad verticem F, sectus sit bifariam per rectam F B, secantem basim H I, in B, per 3. sexti erit vt H K, hoc est H I, ad F I, ita F I, hoc est H B, ad B I. Ergo recta H I, secta est in B, media, & extrema ratione per 3. defi nit sexti, atque adeo eius segmentum maius B H, est aquale semidiametro F I, circuli G B I D; Ergo minus segmentum B I, est latus Decagoni eidem circulo G B I D, inscribendi per conuersam 9. tertÿdecimi Elementi, olim a Campano demonstratam. Et quia semidiametrus F I, rectam B D, bifariam secat in F, ex hypothesi, peripheriam quoque B I D. bifariam secabit per 4. huius. Et ideo peripheria I B, I D. sunt decima partes perimetri G B I D. Recta autem B D, erit latus Pentagoni eidem perimetro G B I D. inscribendi. Triangulum isosceles H F I. habẽs alterutrum angulorum ad basim F I, duplum anguli H, qui ad verticem, est triangulum Pentagoni ad peripheriam per 10. & 11. quarti, si per 5. eiusdem, circa illud circulus describatur.

F

Ergo

Ergo triangulum B F D, est triangulum ad centrum vnum ex illis quinque in quod Pentagonum circulo G K B I D, inscribendum resoluitur, quando quidem basis eius B D, est latus Pentagoni circulo, cuius centrum F inscribendi. Quod si in priore figura recta C F, iungatur, triangulum A F C, est id triangulum, in quod Pentagonum circulo inscribendum, cuius circuli semidiametrus F A. resoluitur. Quare si recta E M, iungeretur esset triangulum isosceles M A E, aequangulum triangulo A F C, cum angulum communem M A E habeant, & sint ambo isoscelia. Ergo reliquus A E M, reliquo A F C, erit aequalis. Est ergo triangulum isosceles A M E, vnum ex quinque, in qua Pentagonum resoluitur circulo A B C D, inscribendum, ac propterea A M, est latus Pentagoni eidem circulo A B C D, inscribendi. Quod erat demonstrandum.

Quello che in questa Propositione 12. si toglie a dimostrare, si vede non esser prouato altrimēti, & però essa Propositione restare indemonstrata, & il mancamento della dimostratione si conosce auuenire nel progresso d'essa a facciate 47. alla prima riga, doue dice. *Connectatur recta H F, secans peripheriam G K B I D, in K*, cioe; Tirisi la retta H F segante la circonferenza G K B I D, nel punto K, Et di già il punto K, poco auanti è stato stabilito, & terminato ò fermato dalla linea B K tirata eguale alla B I, onde conuerria prouare che la linea F H, passasse necessariamente per il punto K. doue termina la linea retta B K; ma questo non si proua, ò deduce da cosa alcuna, però la dimostratione che pare che si facci è inualida, & la propositione non è stabilita, ò dimostrata da conclusione necessaria, però non serue a cosa alcuna. Ma oltre di ciò quello che tal Propositione 12. toglie a dimostrare è impossibile, come si può conoscere da quello, che quì di sotto diremo.

Sia il diametro A C, del primo superior Cerchio 16. che il semidiametro A E, sarà 8. però il lato dell'Esagono che se li inscriuesse, cioe la linea A I, sarà 8. & il lato del Pentagono che se li inscriuesse preso per la linea A M. sarà R L 160. m̄ R 5120. ⅂. (ilche facilmente si troua nel modo mostrato, ò cauato da Tolomeo nella propositione del primo libro dell'Almagesto, & come si vede nella operatione posta in margine) trouiamo hora la lunghezza della linea D G. & di ciascuna delle sue due parti B F, F G & così conosceremo se esse due parti sono eguali fra loro, cioe se il punto F, diuide la linea B G. per mezo.

Venendo alla inuestigatione di quanto occorre, imaginiamo che si tiri il semidiametro E I, considerādo il triangolo equilatero A E I. onde l'angolo A I E. (vno de' suoi tre angoli) sarà $\frac{2}{3}$. di retto, & l'angolo E I G, che per la 32. del primo d Euclide è il restante di dui retti, sarà $1\frac{1}{3}$. di retto, però nel triangolo E I G, la somma delli dui angoli G, & E, sarà $\frac{2}{3}$. di retto, ma l'I E G, è $\frac{1}{3}$. di retto (che resta a cauare l'angolo A E I, del triangolo Equilatero dall'angolo retto A E G.) però l'angolo I G E, sarà anch'egli $\frac{1}{3}$. di retto, perilche sarà eguale alla I E G, & consequentemente il lato I G sarà eguale all'I E, & però sarà 8. & tutta la linea A G. sarà 16. perilche la linea E G, perpendicolare alla A E, verrà ad essere R 192. ma la parte E B. è 8 però il restante B G, sarà R 192. m̄ 8. Hora per venire in cognitione della lūghezza B F, imaginiamo dal pūto A, verso l'altra parte del Cerchio accomodarsi in esso la A O. eguale alla A M. lato del Pentagono, & tirarsi la M O, che sottotenderà a dui lati del Pētagono, & perche ella p la 11. del 13. d'Euclide viene ad essere vna linea diuisa secōdo la ꝑportione hauēte il mezo, & dui estremi, la mag. parte della quale è sēpre il lato del Pentagono; noi trouaremo vna quātità, che diuisa secōdo la ꝑportione hauente il mezo, & dui estremi, habbi p sua mag. parte r. L 160. m̄ r. 5120. ⅂. qual quātità conosceremo douere essere r. L 160. p̄ r. 5120. ⅂. (cioe il binomio del quale la rad. L 160. m̄ rad. 5120. ⅂. è residuo) & questa è la M O, però la M r, mità d'essa sarà rad. L 40. p̄ rad. 320. ⅂. & A r. perpendicolare a detta M O. verrà ad essere rad. L 120. m̄ rad. 8000. ⅂. cioe 10. m̄ rad. 20. Et perche il triangolo rettangolo M r A, è equiangolo, & però simile al triangolo rettangolo F E A, la proportione di A r, ad A M. sarà come da A E, ad E F. onde se A r. 10. m̄ rad. 20. da r. M. rad. ⅂ 40. piu rad. 320. ⅂. la A E 8. derà rad. L 64. piu rad. $3276\frac{4}{5}$. ⅂. per E F, dalla quale cauato E B. 8. resta rad. L 64 piu rad. $3276\frac{4}{5}$. ⅂. m̄ 8. per la linea B F.

E D. semidiametro 8.	
E t, mità del semidiametro 4.	
A t, opposta all'angolo retto A E t, R 80.	
t M, posta eguale sempre alla t A. rad. 80.	
La parte E M. perciò è R 80. m̄ 4. Et è sempre il lato del Dodecagono, che si inscriuesse nel medesimo Cerchio.	
A M. opposta all'angolo retto A E M. sarà R L 160 m̄ R 5120. ⅂. Et è il lato del Pentagono, che si inscriuesse in esso Cerchio.	

Et per ridurla a numero rationale vicino al vero, consideraremo che rad. $3276\frac{4}{5}$. è piu di 57. $\frac{9}{1\frac{1}{10}}$. che gionto a 64. fa piu di $121\frac{7}{1\frac{1}{8}}$. & però la sua rad. è più d' 11. (per la linea E F.) che cauatone 8. resta piu di 3. si che la linea B F. è piu di 3. ilche è piu della mità di G B; perche G B. è rad.

rad. 192. m̃ 8. cioe non arriua a 5 ⅘ ... & però la mità d'essa B G. non arriua a 2 ... cioe quando B F, douesse essere la mità di B G. come toglie a dimostrare il Signor Iosesse, conuerria che essa B F, fusse manco di 2 ... ma habbiamo concluso essa B F, douer essere più di 3 quando A M. sia il lato del Pentagono, però si conosce che se A M. lato del Pentagono sia prolungato fino alla G B E. conuiene che il punto del concorso passi la mità di G B, verso G, cioe che il punto F, sia piu vicino al punto G, che al B.

Et se nell'esplicare la linea B G, & le sue parti per numeri rationali, vorremo auuicinarsi ancora più al vero, potremo dire, che la linea totale B G rad. 192. meno 8. non arriua a 5 ... (perche il quad. di 13 ... è 169. & ... & ... cioe 192 ... che supera 192.) & però la sua mità nō arriua a 2 ... Et che la parte B F, rad. L 64. p̃ r. 3276 ⅘ .⌉ m̃ 8. è piu di 3 ... (perche r. 3276 ⅘ è piu di 57 ... (che il quad. di 57 ... è 3249. & ... & il quad. di ... ò vogliamo dire di ... (che non arriua a ... (rimanenti al ⅘ oltre a 3276.) essendo solo ... cioe 5 ... 100. esimi) cioe il quadrato di 57 ... non arriua a 3276 ⅘ anzi vi manca ... 100. esimi] qual 57 ... manco del douere gionto a 64. fa 121 ... & questo è manco del douere, la rad. di che eccede 11 ... (che 11 ... moltiplicato in se medesimo fa solo 121 ... & ... cioe 121 ... che è 121. & 72 ... 300 esimi) però tanto maggiormente manco del douere è 11 ... rad. L 64 p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ viene ad essere piu di 11 ... per la linea E F, dalla quale cauato 8. F B, resta piu di 3 ... per la B F.) Onde essendo B F. piu di 3 ... & tutta la B G manco di 5 ... cauando 3 ... manco del douere da 5 ... piu del douere resta 2 ... che è maggiormēte piu del douere, perilche si può dire la parte F G. nō arriuare a 2 ... (che se B F. fusse solo 3 ... a cauarla da 5 ... doueria restare veramente 2 ... ma B F, è piu di 3 ... onde da 5 ... cauiamo manco del douere, però il 2 ... che resta viene ad essere piu del douere, cioe il vero restante non hà da arriuare a detto 2 ... & però quando la B F fusse veramente 5 ... all'hora la F G, non potria arriuare a 2 ... ma la B G, è ancor manco di 5 ... cioe non arriuare a 5 ... & però tanto maggiormente la F G. non può arriuare a 2 ...) Et cosi vediamo che delle due parti B F, & F G. la B F, è maggiore, che passa 3 ... & la F G, è minore che non arriua a 2 ... onde la B F, è piu lunga di F G, piu di ...

121 ... questo rotto per vedere quanti 300. esimi è lo moltiplicaremo per 300.

600900

72

21230

è 72 ... 300. esimi.

Si potria anco dire, che essendo B G. rad. 192. meno 8. & la parte B F, rad. L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ meno 8. la F G. restante saria il restante, cioe saria rad. 192. meno rad. L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ Onde se B F, fusse veramente eguale ad F G, saria necessario ℞ L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ meno 8. essere eguale a ℞ 192 meno rad. L. 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ Onde a ciascuna di queste due quantità gionto 8. saria necessario che rad. L 64 p̃ rad. 3279 ⅘ .⌉ & rad. 192. piu 8. m̃e rad. L 64 p̃ ℞ 3276 ⅘ .⌉ somme loro, fussero eguali fra loro, però a ciascuna di queste giongendo rad. L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ saria necessario che la somma da vna parte, cioe il doppio di rad. L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ fusse eguale alla somma dall'altra parte, cioe a rad. 192. piu 8. & però la mità dell'vna, cioe rad. L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ verria ad essere eguale alla mità dell'altra, cioe a rad. 48. piu 4. & consequentemente il quadrato dell'vna cioe 64. p̃ rad. 3276 ⅘ . verria ad essere eguale al quadrato dell'altra, cioe a 64. p̃ rad 3072. Onde cauando 64 da ciascuna parte, il restāte dell'vna, cioe rad. 3275 ⅘ . verria ad essere eguale a rad. 3072. restante dell'altra; ilche chiaramente si conosce essere impossibile.

Ouero si potria dire; Che essendo B G. rad. 192. m̃ 8. & però la mità d'essa rad. 48. m̃ 4. Quando B F, trouato essere rad. L 64. piu rad. 3276 ⅘ .⌉ m̃ 8. fusse la mità di B G. ne seguiria rad. L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ . L m̃ 8. douere essere eguale a rad. 48. meno 4. & però gionto 4. a ciascuna parte, che rad. L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ meno 4. douesse essere eguale a rad. 48. & che però (quadrando, ò moltiplicando in se medesima ciascuna parte) 64. p̃ rad. 3276 ⅘ . piu 16 meno 8. volte rad. L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ douere essere eguale a 48. perilche giongendo 8. volte rad L 64 p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ a ciascuna parte, & cauandone 48. ne seguiria che 32. p̃ rad. 3476 ⅘ . douesse essere eguale ad 8. volte rad. L 64 p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ & che però l'ottaua parte dell'vna, cioe 4 p̃ rad. 51 ... douesse essere eguale all'ottaua parte dell'altra, cioe a rad. L 64. p̃ rad. 3276 ⅘ .⌉ & consequentemēte il quadrato dell'vna, eguale al quadrato dell'altra, cioe 16. piu 51 ... piu 8. volte rad. 51 ... ò vogliamo dire 67 ... p̃ rad. 3276 ⅘ . a 64. piu rad. 3276 ⅘ . & cauato ℞ 3276 ⅘ . da ciascuna parte, ne seguiria finalmente che 67 ... douesse essere eguale a 64. ilche sappiamo essere impossibile.

Et se vorremo chiarirci del vero in altro modo: Supponiamo che la linea A F. diuida la B G.

in due parti eguali (come vuol mostrare detta propositione 12.) & quello mediante trouiamo la lunghezza della parte interiore A M. quale quando sia rad. L 160. meno rad. 5120. ⅂, ò quantità a questa eguale conosceremo che la detta linea A M è veramente lato del pentagono inscritto nel proposito Cerchio, che hà 16 di diametro, ma essendo altramente conosceremo essa A M non essere il lato del Pentagono, come conuerria, accioche la propositione fusse vera.

Si dice dunque, che per essere B G. rad. 192 meno 8 se vorremo che B F. sia la mità d'essa, ella sarà rad. 48. meno 4. & la F E, sarà rad. 48. piu 4. il quadrato della quale che è 64. piu rad. 3072. giunto al quadrato di A E, qual quadrato è 64. fa 128. piu rad. 3072. ilche (per essere l'angolo F E A retto) viene ad essere il quadrato di F A però essa F A, sarà rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂. Et perche fuori del proposto Cerchio è segnato il punto F, dal quale sono tirate le due linee rette F A, & F D, che segano esso Cerchio, & peruengono alla sua circonferenza interiore, ne segue per la 36. del terzo d'Euclide, che il prodotto che nasce a moltiplicare tutta la F A. nella sua parte esteriore F M. sia eguale al dutto di tutta la F D. nella sua parte esteriore F B, ma F D. è rad. 48 piu 12. & F B. è rad. 48. meno 4. che il prodotto della moltiplicatione dell'vna in l'altra è rad. 3072. però il prodotto di F A. in F M. deue similmente essere rad. 3072. Onde partendo questo prodotto per F A. cioe partendo rad. 3072. per rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂ ne verrà la F M, ma ne viene rad. L 29 $\frac{7}{13}$. m̄ rad. 163 $\frac{101}{169}$ ⅂, però questa è la F M. quale cauata dalla totale F A, cioe da rad. L 128. p̄ rad. 3072. ⅂, resta rad. L 128. p̄ rad. 3072. ⅂ meno rad. L 29 $\frac{7}{13}$. me. rad. 163 $\frac{101}{169}$. ⅂, & questa quantità è la lunghezza d'A M. quale douendo essere lato del Pentagono inscritto nel Cerchio proposto douerà essere eguale a rad. L 160 meno rad. 5120 ⅂. ma le quantità eguali hanno li quadrati eguali, però il quadrato dell'vna che è 157 $\frac{7}{13}$. meno rad. 4653 $\frac{75}{169}$. douera essere eguale a 160. meno rad. 5120. quadrato dell'altra, onde giongendo a ciascuna rad. 4653 $\frac{75}{169}$. & rad. 5120. la prima somma 157 $\frac{7}{13}$. piu rad. 5120. douera essere eguale alla seconda somma 160. piu rad. 4653 $\frac{75}{169}$. & cauato 157 $\frac{7}{13}$. da ciascuna, il primo restante rad. 5120. douera essere eguale al secondo restante 2 $\frac{6}{13}$. piu rad. 4653 $\frac{75}{169}$. ilche si vede essere impossibile, & che rad. 5120. è piu di 71 $\frac{79}{144}$. ma 2 $\frac{6}{13}$. piu rad. 4653 $\frac{75}{169}$. è manco di 2 $\frac{6}{13}$. piu 68. $\frac{3}{13}$. (che il quadrato di 68 $\frac{3}{13}$. cioe 4655 $\frac{74}{169}$. supera 4653 $\frac{75}{169}$.) cioe manco di 70 $\frac{9}{13}$. però conosciamo che la linea retta, quale partendosi dal punto A, deue arriuando alla B G. segarla per mezo, non può esser tale, che la sua parte interiore A M. sia lato del Pentagono da inscriuere nel Cerchio proposto.

Et perche di sopra habbiamo detto, che della linea A M. trouata essere rad. L 128. piu radice 3072. ⅂ meno rad. L 28 $\frac{7}{13}$. m̄ rad. 163 $\frac{101}{169}$ ⅂, il suo quadrato è 157 $\frac{7}{13}$. m̄ rad. 4653 $\frac{75}{169}$. veniamo a conoscere, che detta A M. si può dire essere la rad. di questa quantita, cioe si può dire, che A M. è rad. L 157 $\frac{7}{13}$. meno rad. 4653 $\frac{75}{169}$. ⅂. & questo è tanto quanto rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂ m̄ rad. L 29 $\frac{7}{13}$. m̄ ℞ 163 $\frac{101}{169}$. ⅂, che a cauare ℞ L 29 $\frac{7}{13}$. m̄ ℞ 163 $\frac{101}{169}$. ⅂. da radice L. 128. p̄ rad. 3072. ⅂. resta bene rad. L 157 $\frac{7}{13}$. m̄ rad. 4653 $\frac{75}{169}$. ⅂, & volendola esplicare con numero rationale vicino al vero, diremo che la rad. di 4653 $\frac{75}{169}$. è alquanto piu di 68 $\frac{[illegible]}{136}$. benche più comodamente potremo dire che è alquanto meno di 68 $\frac{20}{91}$. (che il quadrato di 68. $\frac{20}{91}$. è 4653 $\frac{81}{91}$. & $\frac{400}{8281}$. quantità maggiore di 4653 $\frac{75}{169}$.) però cauato da 157 $\frac{7}{13}$. restaria alquanto piu di 89 $\frac{29}{91}$ però A M. saria piu rad. 89 $\frac{29}{91}$. & consequentemente saria piu di 9 $\frac{4}{9}$. & per approssimarsi piu al vero potremo dire che saria piu di 9 $\frac{41}{91}$. (che il quadrato di 9 $\frac{41}{91}$. e 89 $\frac{10}{91}$. & $\frac{1681}{8281}$. quantita che non arriua ad 89 $\frac{29}{91}$.) Et perciò si vede ella essere piu lunga, che il vero lato del Pentagono, quale per essere rad. L 160. m̄ rad. 5120. ⅂. non arriua a rad. 88. $\frac{64}{143}$. & consequentemente non arriua a 9 $\frac{37}{91}$. Onde essendo piu corto il vero lato del Pentagono, che la linea quale allungata segasse la B G. per mezo, e necessario (come anco di sopra si conobbe) che esso lato s'accosti piu al punto I, che non faria la detta linea, & perciò prolungando esso lato egli peruenghi alla B G. in vn punto più vicino al G, che al B.

Operatione per trouare il quadrato di M A; dicendo ella essere rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂. meno rad. L 29 $\frac{7}{13}$. meno rad. 163 $\frac{101}{169}$. ⅂.

rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂. meno rad. L 29 $\frac{7}{13}$. meno rad. 163 $\frac{101}{169}$. ⅂.
rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂. meno rad. L 29 $\frac{7}{13}$. meno rad. 163 $\frac{101}{169}$. ⅂.

128. piu rad. 3072 — 338
29 $\frac{7}{13}$. p̄ ℞ 116 $\frac{101}{169}$. — $\frac{1183}{507}$.
153 $\frac{7}{13}$. — 2768 — 519168
2304 — 43264
288 — 5408
18 — 338
9 — 169

Ne

Ne viene rad. $\frac{169}{9}$. cioe $\frac{13}{3}$. cauatone 1. resta $\frac{10}{3}$. cioe rad. $\frac{100}{9}$. con ilche moltiplicato R̷. $163\frac{101}{169}$. cioe rad. $\frac{27648}{169}$. fa rad. $\frac{2764800}{1521}$. 9. volte, cioe rad. $\frac{307200}{169}$. cioe radice $23630\frac{10}{13}$ esimo di 13. cioe rad. $1817\frac{127}{169}$.

Il prodotto della totale moltiplicatione e $157\frac{7}{13}$. piu rad. $1817\frac{127}{169}$. meno rad. 12288. quale si riduce a $157\frac{7}{13}$. meno rad. $4653\frac{75}{169}$. dalche si conosce che la linea A M. viene ad essere rad. L $157\frac{7}{13}$. meno rad $4653\frac{75}{169}$. J. Et che pero a cauare rad. L $29\frac{7}{13}$. meno radice $163\frac{101}{169}$. J. da rad. L 128. piu rad. 3072. J. e necessario, che resti rad. L $157\frac{7}{13}$. meno radice $4653\frac{86}{169}$. J.

piu radice L. 128. piu rad. 3072. J.
meno rad. L $29\frac{7}{13}$. meno rad. $16,\frac{101}{169}$. J.

896
$68\frac{12}{13}$.
3712
$3780\frac{12}{13}$.
meno $708\frac{12}{13}$.
3072

Il prodotto e meno rad. L 3072. J. che doppiato fa meno rad. 12288.

25
1600
19200

8
64
768

rad. $\frac{307200}{169}$. in rad. $\frac{12288}{1}$.
entra volte rad. $\frac{169}{25}$. cioe $\frac{13}{5}$. che cauatone 1. resta $\frac{8}{5}$. cioe rad. $\frac{64}{25}$. da moltiplicare con il partitore.

2288
rad. $\frac{64}{25}$. via rad. $\frac{307200}{169}$.
1

98304
13 786432
13 $6040\frac{12}{13}$.
fa rad. $4653\frac{75}{169}$.

piu radice 3072.
meno R̷ 27648. 169. esimi.

81944
1090656
m̃ R̷ 84934656. 169. esimi.
Cioe m̃ 9 2 1 6. 13. esimi.
18 393
184 294.6
2 110556

$29\frac{7}{13}$.
384
384
rad. $\frac{147456}{169}$. via rad. 3072.
442368
10616832
fa rad. $\frac{452184832}{169}$.

128. cioe rad. 16384.
via m̃ rad. 27648. 169. esimi.
131072
1048576
114688
32768
fa m̃ R̷ $\frac{[illegible]}{169}$. che e di numero eguale alla superiore, quale e piu, pero gionte insieme la somma loro e niente.

Di qui si puo auertire, che per cauare, o sottrare vna quantita da vn'altra, potiamo seruendoci del termine meno, supponere che resti A. meno B, & all'hora moltiplicare questo residuo A. meno B, in se medesmo, & del prodotto pigliare la rad. quadrata, che ella sara la quantita, che resta a cauare B. da A.

L'istesso modo serue nel sommare B. con A, che mediante il termine del piu li potremo giongere insieme, & fa A. piu B, & questo binomio moltiplicare in se medesmo, & del prodotto pigliare la rad. quadrata, che ella mostrara, o sara la quantita che nasce a sommare B. con A.

Operatione per trouare la lunghezza della linea retta A M. supponendo che ella sia tale, che prolungata seghi la B G, in due parti eguali nel punto F.

Partitore. — prodotto di F M. in F A. da partire

F A. rad. L 128. p̃ rad. 3072. J. — rad. 3070.
suo residuo. rad. L 128. m̃ rad. 3072. J.

16344
3072

prodotto rad. L 13312. J. cioe rad. 13312. in rad. 3072.

832 — 192
52 — 12

entra volte rad. $\frac{13}{3}$. da moltiplicare

 via

708 $\frac{1}{1}\frac{2}{3}$ .cioe
rad. $\frac{8\,4\,4\,3\,4\,6}{1}\frac{5}{6}\frac{6}{9}$ .in rad. $\frac{1\,8\,1\,1\,4\,3\,2\,8}{1\,6\,9}$.

169869312
111246108
84934656
28391552

rad.L 6 $\frac{1}{3}$ .piu rad. 11 $\frac{8}{9}$ .7.

40
21 $\frac{1}{3}$.
18 $\frac{7}{9}$ .cioe $\frac{169}{9}$ .che la sua rad.è $\frac{13}{3}$.

6 $\frac{1}{3}$.	6 $\frac{1}{3}$.
4 $\frac{1}{3}$.	4 $\frac{1}{3}$.
10 $\frac{2}{3}$.	2
5 $\frac{1}{3}$.	1

rad.5 $\frac{1}{3}$ .p̃ rad. 1. cioe rad.5 $\frac{1}{3}$. p̃ 1. è l'auenimento, cauatone 1.resta rad.5 $\frac{1}{3}$.da moltiplicare con il partitore principale F M.

29 $\frac{7}{13}$.
384. 13.esimi.
384. 13.esimi.
rad. 147456. 169.esimi.
via rad. 3072.
442368
10616832
fa rad. 452984832. 169.esimi.

128
128
rad. 16384
via rad. 263 $\frac{1}{1}\frac{0}{6}\frac{1}{9}$.
cioe rad. 27648. 169.esimi.
via rad. 16384
110592
221184
82944
442368
fa rad 452984832. 169.esimi.
sommato con l'altro prodotto a questo eguale.
fa rad. 1811939328. 169 esimi.
119379948 $\frac{4}{13}$.
cioe rad. 10722541 $\frac{8}{1}\frac{2}{6}\frac{}{9}$.

Operatione per trouare la M O. supponendo A M. essere il lato del Pentagono inscritto nel Cerchio che habbi 16. di diametro.

Diuidasi vna quantità, poniamo 10. secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi. Questo se bene si può fare facilmente mediante quello, che ci insegna la 11. propositione del secondo libro d'Euclide, giongẽdo al quadrato di 10. che è 100. il quadrato di 5. sua mità che è 25. & fa 125. & di questo pigliare la rad. quadrata, che è rad. 125. & cauarne 5. mità del 10. che resta rad. 125. m̃ 5. & questa è la maggior parte, essendo la minore il resto fino a 10. cioe 15. m̃ rad. 125. Nondimeno noi supponendo di non ricordarci di tal modo, ò non ci curando d'vsarlo potremo adoprare la regola della cosa, ò vogliamo dire l'Algebra; Ponendo la maggior parte essere 5 p̃ 1. +, & la minore 5 m̃ 1. +, che moltiplicata via 10. linea totale fa 50. m̃ 10. +, & questo è eguale a 25. p̃ 10. +, p̃ 1. z, quadrato di 5. p̃ 1. +, parte maggiore; Onde agguagliato haueremo 1. z p̃ 20. +, eguale a 25. Et seguendo il Capitolo trouaremo la + valere rad. 125. m̃ 10. però la maggior parte posta 5. p̃ 1. + farà 5. p̃ rad. 125. m̃ 10 cioe rad. 125. m̃ 5. Hora diremo se rad. 125. m̃ 5. maggior parte nasce da 10. linea totale, da che nascerà rad. L 160. m̃ rad. 5120. 7. magg. parte, & trouaremo che nascerà da rad. L 160 p̃ rad. 5120. 7. per la linea totale, quale hora è la linea M O.

1. z piu 10. + piu 25. Eguale a 50. meno 10. +.
1. z piu 20. + Eguale a 25.

10
10
100
25

rad 125. meno 10 vale la +.

rad. 125. meno 5. Viene da 10. (rad. L 160. meno rad. 5120 7
rad. 125. piu 5.
100. è il partitore.

Si hà da moltiplicare per 10. & per rad. 125. p̃ 5. & partire per 100. il che tutto è quanto molti plic. per rad. 125. p̃ 5. & partire per 10. ma schifando, ò abbreuiando il moltiplicante rad. 125. piu 5. & il partitore 10. per 5. il moltiplicante douentarà rad. 5. piu 1. & il partitore douentarà 2. Onde per comodità partendo prima detta rad. L 160. meno rad. 5120. 7. per 2. cioe per rad. L 4. 7, ne viene rad. L 40. meno rad. 320. 7, & questo moltiplicando per rad. 5. piu 1. cioe per rad. L 6. piu rad. 20. 7. fa rad. L 160. piu rad. 5120. 7. che è la quarta quantità cercata nella proposta regola di 3. & però è la linea M O.

Ouero nel dire rad. 125. meno 5. viene da 10 da che verrà rad. L 160. meno rad. 5120. 7. schifando noi la prima quantità, & la seconda per 5. elle douentaranno rad. 5. meno 1. & 2. però si potrà dire radice 5. meno 1. viene

ne da 2. da che verrà radice *L* 160. meno radice 5120. 7? Et hora per ridurre la prima, che è residuo a quantità simplice, potremo moltiplicare così essa prima come la seconda per rad. 6. più 1. (binomio della prima) & douentaranno 4. & rad. 20. piu 2. però hora potremo dire; Se 4. viene da rad. 20. piu 2. ouero schisando prima per 2. Se 2. viene da rad. 5. piu 1. da che verrà rad. *L* 160. meno rad. 5120. 7? però hora partendo la terza per 2. prima che ne viene rad. *L* 40. meno rad. 320. 7 moltiplicaremo questo per rad. 5. piu 1. seconda, & se ne produce rad. *L* 160. piu rad. 5120. 7 per la quarta quantità, che è la linea M O.

A r.	da r M.	che darà
10. meno rad. 20.	rad. *L* 40. piu rad. 320. 7.	A E. 8.
5. meno rad. 5.	rad. *L* $1\frac{1}{5}$. piu rad. $\frac{4}{5}$. 7.	4.
5. piu rad. 4.	40. piu rad 1280.	5 piu rad. 5.
20.	16. piu rad. $460\frac{4}{5}$.	20. piu rad. 80.
1.	64.	1. piu rad. $\frac{1}{5}$.

rad. 5. in rad. 1280. entra volte radice 256. cioe volte 16.
rad. 5. in rad. $460\frac{4}{5}$. entra volte rad. $92\frac{4}{25}$. cioe volte $9.\frac{3}{5}$.

Onde Radice 5. nella somma loro entrarà volte $25\frac{3}{5}$.
Perilche rad. 5. via $25\frac{3}{5}$. cioe via rad. $655\frac{9}{25}$. fa rad. $3276\frac{4}{5}$.
Però la quarta quantità sarà rad. *L* 64. piu rad. $3276\frac{4}{5}$. 7. per E F.

In questa Regola di Tre, potremo schisare, ò partire la prima quantità, & la terza per 2. che la prima douentarà 5. m̃ rad. 5. & la terza 4. Hora potremo ridurre la prima, che hà da essere partitore a quantità simplice d'vn sol nome, moltiplicãdola per il suo binomio 5. piu rad. 5. & per il medesmo moltiplicare la terza quãtità 4. per seruare la proportione loro, & così la prima douentarà 20. & la terza 20. piu rad. 80. Et hora per hauere numeri piu piccoli, potremo partire la prima, & la terza per 20 che la prima douentarà 1. & la terza 1. piu rad. $\frac{1}{5}$. Et così ci saremo ridutti a dire 1. da rad. *L* 40. piu rad. 320. 7, che darà 1. piu rad. $\frac{1}{5}$? Onde moltiplicando rad. *L* 40. piu rad. 320. 7. via 1. piu rad. $\frac{1}{5}$. cioe via rad. *L* $1\frac{1}{5}$. piu rad. $\frac{4}{5}$. 7. il prodotto che è rad. *L* 64 piu rad. $3276\frac{4}{5}$. 7, sarà la quarta quantità cercata, cioe E F, & però la linea F B, verrà ad essere rad. *L* 64 piu rad. $3276\frac{4}{5}$. 7. meno 8.

Et notisi, che nella superiore moltiplicatione, hauendo noi à moltiplicare rad. 328. via $1\frac{1}{5}$. & rad. $\frac{4}{5}$. via 40. & sommare i prodotti insieme, potiamo facilmente, & ancora con la sola memoria, operare così; rad. $\frac{4}{5}$. in rad. 320. entra (80. via 5. fa 400.) rad. 400. volte, cioe 20 volte, però 40. volte rad. $\frac{4}{5}$. sarà quãto 2. volte rad. 320. in cambio dunque di rad. $\frac{4}{5}$. via 40. pigliaremo rad. 320. via 2. ma anco vi è rad. 320. via $1\frac{1}{5}$. però haueremo in tutto rad. 320. via $3\frac{1}{5}$. cioe via radice $\frac{256}{25}$. cioe via rad. $10\frac{6}{25}$. ma 320. via $\frac{6}{25}$. fa 1920. 25. esimi, cioe (64. via 19.) 76 & $\frac{4}{5}$. & questo gionto a 3200. che nasce da 320. via 10. fa $3276\frac{4}{5}$. però $3\frac{1}{5}$. via rad. 320. fa rad. $3276\frac{4}{5}$. che cõ il 64. nato da moltiplicare 40. via $1\frac{1}{5}$. (che fa 48.) & rad. 320. via rad. $\frac{4}{5}$. (che fa (4. via 64. fa 256.) rad. 256. cioe 16.) & gionti i prodotti insieme, fa in tutto 64. piu rad. $3276\frac{4}{5}$. però il prodotto totale è rad. *L* 64 piu rad. $3276\frac{4}{5}$. 7, ilche mostra la E F. come s'è detto.

Et notisi, che potressimo ancora trouare la lunghezza della detta linea F B. (quando la A M. sia lato del Pentagono inscritto nel Cerchio, che habbi di diametro 16. cioe quando A M. sia rad. *L* 160 meno rad. 5120. 7. senza aiuto della M O; operando per Algebra, ò vogliamo dire per la Regola della Cosa, nel modo che segue.

Ponasi F B, essere 1. ✝, però F E, sara 1. ✝ p̃ 8. Il suo quadrato è 1. ƶ p̃ 16. ✝ p̃ 64. al quale gionto 64. quadrato di A E, fa 1. ƶ piu 16. ✝ piu 128. & questo è il quadrato di F A, però essa F A, è la rad. quadra di questo, cioe è rad. *L* 1. ƶ piu 16. ✝ piu 128. 7. Hora essendo F B. 1 ✝, & B D. 16. tutta la F D. sara 1. ✝ piu 16. che moltiplicata per F B. 1. ✝, produce 1. ƶ piu 16. ✝, & a questo è eguale il prodotto di F A. in F M. onde partito questo prodotto 1. ƶ piu 16. ✝ per F A, rad. L 1. ƶ piu 16. ✝ piu 128. 7. ne verra la lunghezza di F M. perilche essa F M. sara 1. ƶ piu 16. ✝ esimo di rad. *L* 1. ƶ oiu 16. ✝ piu 128. 7, quale cauato dalla totale F A. cioe da rad. L 1. ƶ piu 16. ✝ piu 128. 7. il restante sara M A, ma essa M A. perche è supposta lato del Pentagono inscritto in questo Cerchio sappiamo essere rad. *L* 160. me. rad. 5120. 7, però haueremo rad. *L* 1. ƶ piu 16. ✝ piu 128. 7. m̃ 1. ce. p̃ 16 co. esimo di r. L 1. ce. p̃ 16. co. piu 128. 7. eguale a r. *L* 160. me. r. 5120. 7; ouero pchè a cauare 1. ce p̃ 16. cò. esimo di r. L 1. ce. p̃ 16. co. p̃ 128. 7. F M da r. *L* 1. ƶ piu 16. ✝ per 128. F A. resta 128. esimo di r. L 1. ƶ p̃ 16. co. p̃ 128. 7. (& si troua facilmente a memoria, che moltiplicãdo r. *L* 1. ƶ p̃ 16. ✝ p̃ 128. 7. intiero, per rad. *L* 1. ƶ p̃ 16. ✝ p̃ 128. 7. denominatore del rotto fa 1. ƶ p̃ 16. ✝ piu 128. & di questo (che è numeratore di F A. ridotta alla denominatione istessa, che ha il rotto di F M.) cauato 1. ƶ piu 16. ✝, numeratore del rotto di F M. resta 128. per numeratore di rotto, che ha per denominatore l'istesso commune denominatore rad. *L* 1. ƶ piu 16. ✝ piu 126. 7.) diremo che questo restante è la M A. quale sappiamo douere essere rad. *L* 160 meno rad. 5120. 7.

però

però a questo sarà eguale 128. esimo di r.L.1. ℨ p̄ 16.+.piu 128.⅂. Onde seguendo la egguagliatione, trouaremo il valore della 1.+.& consequentemente la linea F B. posta 1. + essere r.L 64. piu rad. 3276 $\frac{4}{5}$. m̄ 8. rad.L 1.ℨ piu 16.+ piu 128.⅂ m̄ 2.ℨ p̄ 16. + esimo di rad.L 1.ℨ piu 16.+ piu 128.⅂. Eguale a rad.L 160. meno rad. 5120.⅂. Questa prima parte della egguagliatione ridotta a forma di rotto, moltiplicando l'intiero, via il denominatore del rotto, & del prodotto, che è 1.ℨ piu 16.co. piu 128.& saria numeratore, cauato il numeratore del rotto, perche il rotto è meno, cioe cauato 1.ℨ piu 16.co. resta 128 che è numeratore, essendo denominatore l'istesso denominatore però haueremo 128. esimo di rad. L 1.ℨ piu 16. cose, piu 128.⅂. Eguale a rad.L 160 meno rad. 5120.⅂. Et moltiplicando ciascuna parte in se medesma, haueremo 16384. esimo d'1.ℨ piu 16.co. piu 128. Eguale a 160. m̄ rad. 5120. Et moltiplicando ciascuna parte per il denominatore della prima parte, haueremo 16384. Eguale a (160. m̄ rad. 5120.) piu (2560. meno rad. 1310720.) cose piu 20480. m̄ rad. 83886080. Et leuando 20480. m̄ rad. 83886080. da ciascuna parte; haueremo rad. 83886080. meno 4096. Eguale a (160. meno rad. 5120.) ℨ piu (2560. m̄ rad. 1310720.) cose. Et hora in questa agguagliatione di ℨ.& co. Eguale a num. riducendo ad 1.ℨ; partendo ogni cosa per 160. meno rad. 5120. numero delli ℨ, haueremo 1 ℨ p̄ 16. co. Eguale a rad. 83886080. m̄ 4096. esimo di 160. m̄ rad. 5120. Et questa seconda parte schisata per 4. a rad. 5242880. meno 1024. esimo di 40. meno rad. 320. & anco schisata per 4. a radice 327680. meno 256. esimo di 10, meno rad. 20. & anco schisata per 2. a rad. 81920. meno 128. esimo di 5. meno rad. 5. Et ridotta a forma d'intiero, partendo il numeratore per il denominatore a rad 3276 $\frac{4}{5}$. Cioe finalmente haueremo 1.ℨ piu 16.co. Eguale a rad. 3276 $\frac{4}{5}$. Onde al quadrato del num. della mità delle co. cioe a 64. giunto r. 3276 $\frac{4}{5}$. & della somma pigliata la r. haueremo r.L 64. piu rad 3276 $\frac{4}{5}$.⅂, & di q̃sto cauato il num. della mità delle co. cioe 8. resta rad. L 64 p̄ rad. 3276 $\frac{4}{5}$.⅂ m̄ 8. ilche è valore della cosa, però F B. che fu posta 1. co. sarà r. L 64. p̄ r. 3276 $\frac{4}{5}$.⅂ m̄ 8.

suo binomio 5 m̄ rad. 5. Partasi rad. 81920. m̄ 128. m̄ 128.

Per 5. p̄ rad. 5. rad. 5. p̄ 5. 128.

20 ℞ 409600 m̄ rad. 16384.

cioe 640 rad. 5.

m̄ rad. 81920.

Il prodotto si vede essere rad. 2048000. m̄ rad 81920. Ma radice 81920. in rad. 2048000. entra rad. 25. cioe 5. volte, onde da rad. 2048000 cauatone essa radice 81920. ella entrarà nel restante solo 4. volte; però il restante sarà 4. volte rad. 81920. cioe sara ℞ 1310720. & questo è il prodotto detto, che si hà da partire per 20. & ne viene rad. 3276 $\frac{4}{5}$. che è l'auenimento cercato. Ouero piu facilmente, perche il 4. volte sopradetto entra nel 20. (che hà da essere partitore) 5. volte, basta che in vece di moltiplicare rad. 81920. per 4. & poi partire il prodotto per 20. basta dico partire essa rad. 81920. per 5. cioe per rad. 25. che ne viene rad. 3276 $\frac{4}{5}$. & questo è l'auenimento cercato.

Se hora vorremo ancora andare essaminãdo q̃llo che si tratta per dimostrare essa Proposit. 12, poi posta la linea, ò diametro B D, del Cerchio piccolo essere 16. potremo andar trouando l'altre linee, che, & nel Cerchio grande, G B I D, & fuori d'esso si vanno considerando, che primieramente la D M. posta eguale alla D B sarà 16. la E D mità di B D sarà 8. & la M E, che fa angolo retto con la E D sarà rad. 192. però la M A, sarà M E, meno E A; cioe sara rad. 192. meno 8. Et la F A, mità della M A, sarà rad. 48. meno 4. Onde la F E, sarà F A, piu A E, cioe rad. 48. piu 4. perilche la F D, opposta all'angolo retto D E F, verrà ad essere rad. L 128. piu rad. 3072.⅂, & medesmamente ciascuna delle linee F I. F B, F K, & B H, ad essa poste eguali sarè rad. L 128 piu radice 3072.⅂ però la E I, sarà F I meno F E, cioe rad. L 128. piu rad. 3072.⅂, meno (rad. 48. piu 4.) perilche la B I, opposta all'angolo retto B E I, verrà ad essere rad. L 256. piu rad. 12288. meno rad. L 45056. piu rad. 1811939128.⅂⅂. Et questa linea B I, dice il Signor Iosesse essere il lato del Decagono da inscriuere nel Cerchio G B I D, onde per chiariteci se è vero, trouiamo noi la quantità del lato del Decagono che si inscriuesse in esso Cerchio G B I B, mediante le regole Geometriche, che se la sua quantità sarà eguale, ò maggiore, ò minore a detta rad L ⅂. di B I, conosceremo similmente detta B I, essere veramente il lato del Decagono, ò minore, ò maggiore di lui. Onde seruendoci del Cerchio che hà di diametro 16. & però di semidiametro 8. & che sappiamo il lato del Decagono che se li inscriuesse essere rad. 80. meno 4. potremo dire. Se posto il semidiametro 8. il lato del Decagono è rad. 80. meno 4. hora che il semidiametro F D, del Cerchio è radice L 128. piu rad. 3072.⅂, quanto sarà il lato del Decagono da inscriuerli ? & operando come conuiene nella Regola del Tre (ò vogliamo dire delle quattro quantità proportionali per trouare la quarta mediante le tre prime) vedremo che la quantità del lato del Decagono da inscriuere in questo Cerchio G B I D, deue essere rad. L 192. piu rad. 6912. me. rad. 20480. meno rad. 3840.⅂

quale paragonaremo con la quātitá di B I, acciò si conosca se sono eguali, ò nò; Et perche quando esse due quantitá fussero eguali fra loro, ancora li quadrati d'esse sariano eguali fra loro, & giongendo, ò cauando quantitá eguali da ciascuna d'esse sempre le resultanti somme, ò restanti sariano fra loro eguali; noi potremo quadrare, cioe moltiplicare in se medesima ciascuna d'esse due quantitá, che dalla parte del vero lato del Decagono ne risultará 192. piu rad. 6912. meno rad. 20480. meno rad. 3840. & dalla parte della linea B I, ne risultará 256. piu rad. 12288. meno rad. L 45056 piu rad. 181193328. ⅂. & hora giongendo a ciascuno d'essi dui quadrati, ò prodotti la rad. L 45056 piu rad. 181193328. ⅂, & cauandone 192. & rad. 6912. haueremo dalla parte del lato del Decagono rad. L 45056. piu rad. 181193328. ⅂. meno rad. 20480. meno rad. 3840. & dalla parte della linea B I 64. piu rad. 768. Et hora giongendo a ciascuna parte rad. 20480. & rad. 3840. haueremo dalla parte del lato del Decagono rad. L 45056. piu rad. 181193328. ⅂; & dalla parte della linea B I. 64. piu rad. 768. piu rad. 20480. piu rad. 3840. Et hora moltiplicando ciascuna di q̄ste due quātitá in se medesma haueremo dalla parte del lato del Decagono 45056. piu rad. 181193328. & dalla parte della linea B I. 29184. piu rad. 452984832 piu r. 251658240. piu rad. 473169920. Et hora cauando 29184 piu rad. 452984832. da ciascuna parte, haueremo dalla parte del lato del Decagono 15872. piu rad. 452984832 & dalla parte della linea B I. rad. 473169920. piu rad. 251658240. Et però hora dalla parte del lato del Decagono, riducendosi a numero rationale vicino al vero non arriuaremo a $37156\frac{1}{2}$. ma dalla parte della linea B I. passaremo $37616\frac{1}{3}$. Onde conosciamo la quantitá spettante al vero lato del Decagono da inscriuere nel Cerchio G B I D. esser minore della linea B I, cioe la linea B I, esser piú lunga del lato del Decagono, & però sa B D, esser piú lunga del vero lato del Pentagono, che si inscriuesse nel detto Cerchio G B I D, (che ancora come si vede nella operatione posta in margine, il vero lato di detto Pentagono doueria essere rad L 320. piu rad. 19200. meno rad. 20480. meno rad. 3840. ⅂, quantitá irrationale, diuersa, & minore della B D 16. non arriuādo essa quātita irrationale a $15\frac{1}{1}\frac{4}{5}$.) Et se volessimo esplicare la quantita del vero lato del Decagono da inscriuere nel Cerchio G B I D per numero rationale vicino al vero, & anco similmente la quantita della linea B I. trouaressimo che il lato del Decagono non arriua a $8\frac{3}{8}$. & che la linea B I, è piu di $8\frac{1}{1}\frac{7}{7}$. & che però è maggiore del vero lato del Decagono in più di $\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{5}{6}$. Questo inteso conosciamo ancora che la linea H I, non è altramente diuisa nel punto B, secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, perche se bene la parte maggiore H B è posta eguale al lato dell'Esagono che si inscriuesse nel Cerchio G B I D (cioe eguale al semidiametro F *B*.) la *B* I. poi (parte minore) non è eguale al lato del Decagono che si inscriuesse nel medesmo cerchio G *B* I D. anzi è maggiore, però essendo *B* I piu lunga del douere, ancora la totale H I. sara piu lunga di quella linea, che essendo diuisa secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, hauesse la H *B*. per sua parte maggiore, & però il rettangolo di *B* I, in I H, non sara eguale al quadrato di *B* H, anzi esso rettangolo sará maggiore di detto quadrato.

Et seguendo a trouare l'altre linee adoprate nella detta dimostratione della Propositione 12. quanto alla H I ella sara H *B*. piu *B* I. cioe sara rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂. piu rad L 256. piu rad. 12288 meno rad. L 45056 piu rad. 181193328. ⅂ ⅂. Et tirando la linea retta H F, che va dal punto H, al centro F, qual linea dice il Signor Iosefte passare per il punto K. (& perciò essere eguale alla H I. & consequentemente la parte H K d'essa fuori del Cerchio essere eguale alla *B* I.) noi supponendo che il punto doue essa retta H F. sega la circonferenza del Cerchio, sia chiamata K. (se bene egli non sara quell'istesso K, doue in detta circonferenza termina la *B* K, posta eguale alla *B* I.) per trouare la lunghezza di questa esteriore H K, fingeremo la H F. allungata dalla banda del centro F. fino alla circonferenza in s. & considerādo il Cerchio G *B* I D. fuori del quale è posto il punto H, & da esso tirate fino alla circonferenza concaua del Cerchio le due rette H I, & H s. seganti la circonferenza nelli punti *B*, & H. sapremo per la 35. del terzo libro de gli Elementi d'Euclide, che il dutto di tutta la H I. nella sua parte esteriore H *B*. deue essere eguale al dutto di tutta la H s. nella sua parte esteriore H K onde seruendoci della Regola della Cosa, potremo ponere la H K, essere 1. co. che cosi tutta H s sara 1. co. piu ℞ L 512. piu rad. 49152. ⅂, & questa moltiplicata per la parte esteriore H K posta 1. co sara 1. z piu ℞ L 1. esimo di 512. piu ℞ 49125. ⅂, ilche è eguale al dutto di H I, in H *B*, qual dutto è vna quantita irrationale posta in margine (che non si esplica per breuita.] Onde in questo Capitolo di z, & co. eguale a numero; moltiplicando il numero della mita delle co. in se medesimo, (& per numero delle co. s'intende tutta la quantita delle co.) & al prodotto giongendo il numero della agguagliatione (che s'intende essere tutta la quantita, che non ha denominatione di alcuna dignita Algebratica, & della ℞ quadra della somma cauando la mita del numero delle co. il restante sara il valore della cosa, & però ci mostrara la lunghezza della linea H K, posta essere 1. co. qual valore della co. ò linea

H K,

H K. che è quantità irrationale, riducendola a numero rationale vicino al vero, ò per maggior chiarezza serrandola fra dui numeri rationali propinqui al vero, trouaremo che si può dire ella essere piu d'8 [illegible]. ma manco d'8 [illegible]. Onde essendo la H K, manco d'8 [illegible]. & la *B* I. piu d'8 [illegible]. numero maggiore di 8 [illegible]. in [illegible]. conosciamo la *B* I. esser più lunga della H K. & in piu di [illegible]. & però conseguentemente la retta H I. esser più lunga della retta H F. & in più del medesmo [illegible].

Operatione per trouare la quantità, ò lunghezza per numero delle linee, che nel Cerchio G *B* I D, & fuori d'esso si considerano.

B D ┐ 16
M D │
E D │
E B │ 8
E A ┘

rad.L 128.piu rad.3072.L meno (rad.48.piu 4.)
rad.L 128.piu rad.3072.L meno (rad.48 piu 4.)
128.piu rad.3072.
64.piu rad.3072.
192. p̄ rad.12288.

però E M. rad.192.
però A M. rad.192. m̄ 8.
però A F. ouero F M. posta essere la mità di A M. sara rad.48. meno 4.
però F E. rad.48. piu 4.

rad.L 128.piu rad.3072.7
m̄ rad.L 64.piu rad.3072.7

8192 192
3072 192

meno rad.L 11265.piu rad.113246208.7.
il suo doppio è
meno rad.L 45056.p̄ ℞ 1811935328.7.

rad.36864
rad. 3072
73738
258048
110592
rad.113246208

però [F D, F B, F K, F I, H B] ℞ *L* 128.p̄ ℞ 3072.7

però E I. rad.L 128.p̄ rad.3072.7.m̄ (rad.48.p̄ 4.)
è il quad.d'E I 192.p̄ ℞ 1228.m̄ rad.*L* 45056.piu rad.1811939328.7.
è il quad.di B E.64.
è il quad.di B I.256.p̄ rad.12288.m̄ ℞ L 45056.p̄ rad.1811939328.7.
però la linea retta B I, sara la rad.legata, ò v niuersale di tutta essa quantità.

però [B I, I D, B K] rad.*L* 256.piu rad.12288.m̄ rad.*L* 45056.piu rad.1811939328 7 7.

però H I. rad.L 128.piu rad.3072.7 piu rad.L 12288.m̄ rad.*L* 45056.piu rad.1811939328. 7 7.

Perche H I, & H S. sono linee seganti il Cerchio G B I D. il dutto di H S. nella parte esteriore H K. conuiene essere eguale al dutto di H I. nella parte esteriore H B. però ponendo H K. 1. co. per essere K S. (diametto totale del Cerchio G B I D.) rad. *L* 512. piu rad.48152.7 tutta la H S. sara vna co. piu rad. *L* 512. piu rad.49152.7, onde il dutto di H K, vna cosa in tutto H S. sara 1.z piu 1.esimo di rad. *L* 512.piu rad.49152.7, & questo è eguale al dutto di H I, in H B.

H I. rad. *L* 128.p̄ rad. 3072.p̄ rad. *L* 256. piu rad. 12288.m̄ rad. *L* 45056 p̄ ℞ 1811930328. 7 7.
H B rad. *L* 128. piu rad. 3073.7.

Il prodotto loro è 128.piu rad.3072.piu rad.L 38912.piu rad.805306368.m̄ rad.L 1480589312. piu rad.2153494678060051392. 7 7.

rad.L 128.piu rad.3072 7
rad.L 128.piu rad.3072 7
16384
3072 c
rad.L rad.L 19456.piu rad.201326592. 7 7.
meno rad.L rad.L 45056.piu rad.1811936328. 7 7.
t

116736
99280
97280
77824
876609536
603779776
1480589312

la c. entra nella t. rad.9. cioè 3. volte, pero il prodotto loro, sara 3. volte il quadrato di c. Perche la t. contiene c. 3. volte, a moltiplicare t. per 19456. è quanto moltiplicare c. per il triplo di 19456. cioè per 58368. & questo con 45056. (per il quale s'ha da moltiplicare c.) fa 103424. da moltiplicare in c.

rad.

radice L 256. piu radice 12288. ꞁ.
radice ꞁ 128. piu radice 3072. ꞁ.

32768 | 256
6144 | 266
38912 | rad. 65536

rad. 3072
131072
458752
196608

rad. 201326592. il doppio è rad. 805306368.

103424
103424
313696
2482176
310272
103424

rad. 10696523776
rad. 201326592
21393047552
99168763984
53482618880
139054809088
278109918176
21393047512

rad. 2153494678069051392

1. ⏑ (piu r. L 512. p̃ 49152 ꞁ. esimo d'1. co.) Eguale a 128. piu rad. 3072. piu rad. L 38912. piu rad. 805306368, m̃ rad. L 14805893 12., rad. 2153494678069051392. ꞁ ꞁ.

rad. L 128. piu rad. 3072. ꞁ. mita della quantita delle co.
rad. L 128. piu rad. 3072. ꞁ.

128. piu rad. 3072. è il quad. della mita della quantita delle cose.

quãtita del numero 128. piu rad. 3072. piu radice *L* 38912. piu radice 805306368. meno radice L 14805893 12. piu rad. 2153494678069051392. ꞁ ꞁ.

la somma è 256. piu rad. 12288. piu radice L 38912. piu radice 805306368. meno rad. L 14805893 12 piu rad. 2153494678069051392 ꞁ ꞁ.

Però la rad. quadra vniuersale, o legata di questa somma, manco rad. L 128. piu rad. 3072. ꞁ. mita del numero delle co. vale la co. perilche essa quãtita sara la vera lunghezza della linea H K, posta 1. co. cioe H K, sara alquanto più d'8 $\frac{3}{9}\frac{4}{1}$.

n | c

rad. L 256. p̃ rad. 12288. piu rad. L 38912. piu radice 805306168. meno radice L 14805893 12.

1 1 0 | somminsi | 2 8 3 7 7 | cauisi

è piu di 110 $\frac{1}{2}\frac{8}{1}\frac{8}{1}$.
$\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{8}{1}\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{2}{3}$
103 22542
è piu di 256. esimo di 368 $\frac{1}{2}\frac{8}{2}\frac{8}{1}$.
19364
piu di 113 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{2}{3}$.
41906
è piu di 480 $\frac{1}{2}\frac{0}{2}\frac{1}{7}\frac{4}{6}\frac{2}{3}$.
19343
22763
2 1 39

56 2130
4769
6 44163
40722
74 449468
è più di 28377 $\frac{3}{5}\frac{2}{6}\frac{2}{7}\frac{3}{3}\frac{0}{5}$.
23845
39912
23845
piu di 67289 $\frac{5}{5}\frac{2}{6}\frac{1}{7}\frac{3}{5}\frac{0}{5}$.
33383
manco di m̃ 54296 $\frac{4}{4}\frac{7}{0}\frac{6}{7}\frac{0}{2}\frac{}{2}$.
267064
è piu di 12993 $\frac{1}{2}\frac{8}{2}\frac{1}{2}\frac{6}{1}\frac{0}{1}\frac{1}{7}\frac{1}{7}\frac{0}{8}\frac{6}{1}\frac{2}{6}$.
270664595

è più di 21 $\frac{1}{1}\frac{6}{8}\frac{7}{2}$. perche il quad. di 21 $\frac{1}{1}\frac{6}{8}\frac{7}{2}$. nõ arriua a 480 $\frac{1}{2}\frac{0}{2}\frac{1}{7}\frac{4}{6}\frac{2}{3}$.

21 $\frac{1}{1}\frac{6}{8}\frac{7}{2}$. 3507 | 167
21 $\frac{1}{1}\frac{6}{8}\frac{7}{2}$. 7014 | 167
441. 553 $\frac{4}{1}\frac{2}{8}\frac{}{2}$. 38 | 27889
esimo di 182. 1554 | 153
38 $\frac{0}{1}\frac{8}{8}\frac{}{2}$. 98 | 968
480. 69 $\frac{4}{1}\frac{7}{8}\frac{}{2}$. esimo | 589
di 182. che non arriua | 43
a 480 $\frac{1}{2}\frac{0}{2}\frac{1}{7}\frac{4}{6}\frac{2}{3}$. | 182

1 1 3
22 $\frac{8}{2}\frac{0}{2}\frac{2}{4}$.
è più di 113 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{2}{3}$. perche il quadrato di 113 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{2}{3}$. non arriua a 12993. & suo rotto.

da

Dalla parta della linea B I.rad.473169920.piu rad.251758240.

Che però dalla parte del Decagono riducendo a numero rationale vicino al vero non arriuarà a 37151 $\frac{1}{2}$. Ma dalla parte della linea B I si passarà 37616 $\frac{1}{5}$. Onde conosciemo che la quantità conueniente al vero lato del Decagono da inseriuere nel Cerchio G B I D. e minore della linea B I, cioe che la linea B I, e più longa del lato del Decagono; Et consequentemente che la linea B D, e similmente piu lunga del vero lato del Pentagono.

Moltiplichisi 64.piu radice 768.piu radice 20480.piu radice 3840.
via 64.piu radice 768.piu radice 40480.piu radice 3840.

4096	rad.768	rad.20480	3840. numero di questa vltima
768	℞ 4096	rad.4095	rad.e 5.volte 768. numero della
20480	3073	8192	prima rad. però il prodotto del
3840	73728	196608	doppio di rad.3840. via 64.sarà
29184	rad.3145728.il dop	℞ 83886080.il dop	rad.62614560.
	pio e ℞ 335544320.	piu e r.335544320.	D
	a	C	

per sommare insieme le due rad.C c.

C.rad.11796480	C.rad.335544320	rad.11796480
147456	4194304	via rad. 40 $\frac{1}{9}$.
36864	1048576	1310720
2304	65536	471819200
144	4096	fa rad.473169920.per somma di C c.
9	256	

la c.entra nelle C.rad. $\frac{256}{9}$. cioe volte $\frac{16}{3}$. però entrarà nella somma volte $\frac{19}{3}$. onde moltiplicando la c. per rad.40 $\frac{1}{9}$. il prodotto che e rad.473169920.sarà la somma delle rad.C c.

rad.768.via il doppio.
di rad 20480.
fa rad.62914560.
D

Queste due radici D. che sono eguali sommate insieme fanno rad.251658240.

ra.768.via
rad.3840.
fa rad.2949120.il doppio e
rad.11796480.
C

rad.20480.via il doppio di
rad. 3840.
fa rad.314572800.
A.

In rad. 314572800. A. la mità della a. entra rad. 100. volte, cioe 10. volte, però tutta la a. v'entrarà 5.volte, & però nella somma di A, & a. entrarà 6. volte, onde moltiplicando la a. per rad. 36. il prodotto sarà la somma d'A, & a.

a.rad.12582912.
rad. 36.
75497472
fa rad.452984832.
per somma d'A, & a.

Il prodotto della totale moltiplicatione e 29184 piu rad.452984832. piu radice 251658240 piu radice 473169920.

Riducasi 15872.piu rad.452984832.a numero rationale propinquo al vero.

2 1 7 5 2
42 5198
4 35448
56 146432

e manco di 21283 $\frac{1}{5}\frac{8}{3}\frac{7}{3}\frac{4}{4}\frac{2}{6}$.
15872
e manco di 37551 $\frac{1}{4}\frac{8}{3}\frac{7}{6}\frac{4}{6}\frac{2}{8}$.

ridurre a manco che a quantità di quattro nomi; Et il valore d'essa quantità totale, ò rad. L. ꝗ. non arriua a rad 253 $\frac{1}{2}$. & però non arriua a 15 $\frac{1}{1}\frac{4}{5}$.

Riducasi questo lato del Pentagono à numero rationale propinquo al vero.

rad. L. 128. piu rad. 19200. meno rad. 3840. meno rad. 20480. ꝗ.

$\overline{1\ 3\ 8}$
26 $\overline{2300}$
156
manco di 128 $\frac{1}{2}\frac{3}{3}$.

Somminsi insieme
13 32636
13 35301
750628
458913
1208541
fa $\frac{3\ 0\ 7\ 6\ 1\ 8}{8\ 1\ 1\ 0\ 2\ 3}$.

m̃ 61 $\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{0}{3}$. & più m̃ 123 $\frac{3}{8}\frac{1}{7}$. & piu, che gionti insieme, fanno meno 205 $\frac{2}{3}\frac{6}{5}\frac{6}{3}\frac{5}{0}\frac{}{1}$. & piu, il che s'hà da cauare da 320 & restarà 114 $\frac{3}{3}\frac{}{5}\frac{}{3}\frac{3}{0}\frac{6}{1}$. che e piu del douere (perche dal 320. n'habbiamo cauato solo 205 $\frac{2}{3}\frac{6}{5}\frac{6}{3}\frac{5}{0}\frac{}{1}$. che e manco di quello che veramente se ne doueria cauare) onde il vero restante non arriuarà a 114 $\frac{3}{3}\frac{}{5}\frac{}{3}\frac{3}{0}\frac{6}{1}$. al quale gionto radice 19200. che non arriua a 138 $\frac{1}{2}\frac{3}{3}$. fa 253 $\frac{3\ 0\ 7\ 6\ 1\ 8}{8\ 1\ 1\ 0\ 2\ 3}$. & però la vera somma non douerà arriuare a 253 $\frac{3\ 0\ 7\ 6\ 1\ 8}{8\ 1\ 1\ 0\ 2\ 3}$. che e manco di 253 $\frac{1}{2}$. onde esso lato sarà manco di radice 253 $\frac{1}{2}$. & consequentemente sarà manco di 15 $\frac{1}{1}\frac{4}{5}$.

Hora che sappiamo la linea H K parte della retta H F, esser piu corta della B I. facilmente potremo conoscere che la linea retta tirata dal punto H. al centro F. non passarà per il punto della circonferenza doue termina la linea B K. posta eguale alla B I. ma segara essa B K, passando per vn punto della circonferenza piu vicino al B che non e il suo punto K, & chiamiamolo O. & da esso punto O. & al B. si consideri tirata vna linea retta O B. Perche essendo O F. semidiametro eguale ad H B, & H O. minore di B I; ne segue che tutta la linea retta H F. sia minore della retta H I; considerando il triangolo H F I, conosceremo che per essere il lato H F. minore del lato F I. e necessario che l'angolo H I F. opposto al lato minore sia piu piccolo dell'angolo H F I. opposto al lato maggiore; Et considerato il triangolo B F I. Isoscele, cioe di dui lati F B & F I. eguali, & però che hà li dui angoli F B I, & F I B, eguali fra loro, ne segue chè essendo l'vno di loro, cioe l'F I B. minore dell'angolo H F I. che ancora l'altro I B F. sarà minore del medesmo H F I. Hora se nelli dui triangoli H I B, B I F. il primo angolo H I F. dell'vno e eguale al primo angolo B I F, dell'altro (che e vn'istesso) & il secondo angolo H F I. dell'vno e maggiore del secondo angolo F B I. dell'altro, ne segue che il restante angolo F H I dell'vno, sia poi minore del restante angolo B F I dell'altro; Ma perche la linea B H. dalla construttione e posta eguale alla B F, & però nel triang. H B F, l'ang. B F H. e eguale all'ang. F H B, ne segue, che essẽdo l'vno d'essi, cioe F H B, minore del B F I. che ancora l'altro B F H. sarà min. del medesimo B F I. Onde cõsiderati li dui triangoli B F O, & I F B. perche li dui lati B F, & F O. dell'vno sono eguali alli dui lati I F, & F B, dell'altro, ciascuno al suo relatiuo; ma l'angolo B F O. cõtenuto dalli dui lati dell'vno è minore dell'angolo I F B, contenuto dalli dui lati dell'altro, ne segue per la 24. del primo d'Euclide, che la base B O. dell'vno, sia minore della base B I. dell'altro; ma la linea retta B K dalla construttione si pone eguale alla B I. però la B O. sarà similmente minore della B K; & perciò la B O. sottotenderà a minor circonferenza che non sottotende la B H. cioe la circonferenza B O. sarà minore della circonferenza B K. & consequentemente il punto O. sarà piu vicino al B, che non è il punto K; Onde la retta che andando dal punto H, al centro F. passa per il punto O. non potrà passare altrimenti per il punto K. ma verrà a segare la B K auuicinandosi ella più al B, che non fa il punto K, come è manifesto.

Et tanto basti hauer discorso intorno a questo fondamento dell'inuentione, ò modo dell'inscriuere le figure equilatere nel Cerchio posto dal Signor Iosesse, che di ciò ne di quello che segue nel Trattato d'esso Signore, non farò altro esamine; potendo l'accorto Lettore da se medesmo andar considerando quanto li piacerà; Che io non ho preso ad andar mostrando la inualidità di tali inuentioni, ma a diffendere Archimede, come è ragioneuole, & come ci sforza l'obligo che gli deue non solo ogni buon Geometra, ma ciascun'altro ancora, per essersi egli affaticato, & scritto a giouamento vniuersale molte mirabili, & vtilissime opere. Et per obuiare in questa parte, che con danno delli poco essercitati nelle Mathematiche, & d'altri, non si lassino introdurre nuoue Regole lontane dal vero. Et se bene in altre cose ancora il Signor Iosesse in esso Trattato contradice ad Archimede; si potrà in altro tempo quando occorrà, mostrare quanto esse contradittioni vaghino.

Et perche a volere intieramente diffendere Archimede intorno alla proportione che egli attribuisce alla circonferenza rispetto al diametro del suo Cerchio: & stabilire, che ella sia minore di tripla sesquisettima (che si troua fra 22. & 7. ò vogliamo dire che hà per denominatore 3 $\frac{1}{7}$.)

ma maggiore di tripla superdecies partiens septuagesimas primas (che si troua fra 223. & 71. ò vogliamo dire che ha per denominat. $3\frac{10}{71}$.) conuien mostrare che egli habbi determinato ciò, con vera dimostratione, ò con ragione; pigliarò hora ad esplicare diffusamente, q̃llo che egli breuissimamente, & dottissimamente intorno a ciò ci hà lassato scritto, ò vogliamo dire è peruenuto alla nostra notitia.

Propositio tertia Archimedis in Tractatu de Circuli dimensione.

Cuiuslibet Circuli ambitus diametri est triplus; & adhuc superat parte quapiam, quæ quidem minor est septima diametri, maior autem decem septuagesimis primis.

Sit circulus, cuius diameter a c, centrum e, & c l f, linea circulum cōtingat; & angulus f e c, sit tertia pars recti; Ergo linea e f, ad f c, eam proportionem habet, quam 306. ad 153. ipsę verò e c, ad c f, maiorem proportionem habet, quam 265. ad 153. secetur angulus f e c, bifariam ducta e g. linea, vt igitur f e, ad e c, ita est f g, ad g c, & permutando, componendoque, vt vtraque f e, e c, ad f c, ita e c, ad c g. maiorem ergo proportionem habet c e, ad c g. quam 571. ad 153. quare e g, ad g c. potestate maiorem habet proportionem, quam 349450. ad 23409 longitudinem vero maiorem, quam $591\frac{1}{8}$. ad 153. Rursus angulus g e c. bifariam seceturipsa e h. linea: eadem ratione e c, ad c h maiorem proportionem habet, quam $1162\frac{1}{8}$. ad 153. quare h e, ad h c. maiorem habet quam $1172\frac{1}{8}$. ad 153. Secetur item h e c, angulus bifariam ducta e k habet e c, ad c k. proportionem maiorem, quam $2334\frac{1}{4}$. ad 153. ergo e k. ad c k maiorem habet, quam $2339\frac{1}{4}$. ad 153. Secetur demum angulus k e c, bifariam ipsa l e, habet igitur e c, ad l c, maiorem proportionem quam $4673\frac{1}{2}$. ad 153. Itaque quoniam angulus f e c. cum sit tertia pars recti, quater bifariam sectus est: ipse l e c, angulus erit recti pars quadragesima octaua; ponatur igitur angulo l e c, æqualis angulus ad e, qui sit c e m. erit l e m. angulus recti pars vigesimaquarta, quare l m. recta linea latus erit polygoni circulo circumscripti, quod sex, & nonaginta lateribus continetur. Quoniam igitur ostensa est e c, ad c l, maiorem habere proportionem, quam $4673\frac{1}{2}$. ad 153. ipsius autem e c, dupla est a c, & ipsius c l. dupla l m. habebit a c. ad ambitum polygoni sex, & nonaginta laterum proportionem maiorem, quam $4673\frac{1}{2}$. ad 14688. & est tripla, exceditque $667\frac{1}{2}$ quæ quidem minora sunt quam septima pars $4673\frac{1}{2}$. quare ambitus polygoni circulo circumscripti ipsius diametri est triplus, & insuper minor, quam sesquiseptimus, circuli igitur ambitus multo minor est, quam triplus sesquiseptimus suæ diametri.

Sit circulus, cuius diametro a c, & angulus b a c, tertia pars recti; habet ergo a b. ad b c, maiorem proportionem, quam 1351. ad 780. sed a c, ad c b, habet eam, quam 1560. ad 780. Secetur bifariam angulus b a c, ducta linea a g. Itaque quoniam æqualis est angulus b a g. angulo g c b; sed & ipsi g a c: erit & g c b angulus ipsi g a c. æqualis, & angulus communis a g c. est rectus, ergo, & tertius angulus g f c, tertio g c a æqualis erit: & triangulum a g c. triangulo c g f. æquiangulum; quare vt a g. ad g c, ita c g. ad g f & a c, ad c f, sed vt a c, ad c f. ita, & vtraque c a, a b, ad b c, vt igitur vtraque b a, a c, ad b c, ita a g. ad g c. & propterea a g, ad g c. minorem proportionem habet, quam 2911. ad 780. ipsa vero a c, ad c g. minorem habet, quam $3013\frac{3}{4}$. ad 780. Rursus secetur bifariam angulus c a g. ducta a h. habet eadem ratione a h, ad h c. minorem proportionem quam $5924\frac{3}{4}$. ad 780. vel quam 1823. ad 240. vtraque enim vtriusque est $\frac{4}{13}$. quare a c, ad c h. minorem proportionem habet, quam $1838\frac{9}{11}$. ad 240. Secetur item bifariam angulus h a c. ducta k a, ergo & ipsa k a, ad k c. minorem habet proportionem, quam $3661\frac{9}{11}$. ad 240. vel quā 1007. ad 66. nam vtraque vtriusque est $\frac{11}{40}$. quare a c, ad k c. minorem habet, quam $1009\frac{1}{6}$. ad 66. Secetur postremo k a c angulus bifariam ipsa l a. habet l a, ad l c, minorem proportionem, quam $2016\frac{1}{6}$. ad 66. ipsa vero a c. ad c l. minorem habet, quam $2017\frac{1}{4}$. ad 66 è contrario igitur polygoni ambitus ad diametrum maiorem proportionem habet, quam 6336. ad $2017\frac{1}{4}$. quæ quidem 6336. ipsorum $2017\frac{1}{4}$. maiora sunt, quam tripla superdecies partientia septuagesimas primas; quare, & ambitus polygoni sex. & nonaginta laterū circulo inscripti, ipsius diametri maior est, quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas: circuli igitur ambitus multo maior est, quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas. Ex quibus constat circuli ambitum suæ diametri triplum esse, vt adhuc minorem, quam sesquiseptimum, maiorem vero, quam superdecies partientem septuagesimas primas.

Cioe.

Sia il Cerchio il diametro del quale è la linea retta a c, & il centro è il punto e, & la linea retta c l f, sia toccante il Cerchio, cioe sia perpendicolare al diametro c a, nella estremità c. formando con esso diametro l'angolo retto a c f. *& sia l'angolo f e c. la terza parte d'vn angolo retto,* il che verrà fatto se cominciando al punto c. si accomodarà nel Cerchio la linea c t. eguale al semidiametro c e, qual linea e t. perciò verrà ad essere il lato dell'Esagono equilatero che si inscriuesse nel cerchio, & però sottotenderà alla sesta parte della circonferenza d'esso, & poi diuisa la cir-

con-

conferenza, ò arco c t, che è la sesta parte di tutta, in due parti eguali nel punto r, la c r. sarà la duodecima parte della circonferenza totale, onde dal centro e. tirata la retta e r f, perche la circonferenza c r. base dell'angolo c e r. formato nel centro è la duodecima parte di tutta, ancora l'angolo c e r. sarà la duodecima parte di quattro retti (che sono contenuti da tutto lo spatio, che e intorno al centro e.) & però verrà ad essere la terza parte d'vn retto solo, hora imaginato che la retta f c, s'allunghi verso c. fino in o. di modo che c o sia eguale alla c f. (& che però la f c. sia la mità della totale f o.) & tirata la o e, considerando li dui triangoli rettangoli f c e. & o c e; perche li dui lati f c, & c e, dell'vno con il suo angolo retto f c e, sono eguali alli dui lati o c, & c e, dell'altro con il suo angolo retto o c e, ne segue che al lato f e, dell'vno sia eguale il lato o e, dell'altro, & che all'angolo e f c. dell'vno sia eguale l'angolo e o c. dell'altro, & che all'angolo f e c. che rimane dell'vno sia eguale l'angolo o e c. suo relatiuo che rimane dell'altro, ma l'f e c. è $\frac{1}{3}$. di retto, però l'o e c. a lui eguale sarà anch'egli $\frac{1}{3}$. di retto, onde l'angolo totale o e f. sarà $\frac{2}{3}$. di retto, & però nel triangolo f e o. li dui angoli e f o, & e o f, gionti insieme saranno il restante fino a dui retti, cioe conteniranno retti $1\frac{1}{3}$. ma essi dui angoli e f o. & e o f. sono eguali fra loro, però ciascun d'essi sarà la mità di retti $1\frac{1}{3}$. cioe sarà $\frac{2}{3}$. di retto, & consequentemente eguale all'altro angolo f e o. del medesmo triangolo f e o. onde essendo perciò esso triangolo f e o. equiãgolo, verrà ancora ad essere equilatero ꝑ la prima parte della quinta propositione del primo libro d'Euclide, però essendo il lato f o doppio alla sua mità f c. ancora il lato e f. sarà doppio all'istesso f c. onde posto la f c. vn numero a beneplacito, la e f. poi sarà il doppio di detto numero, & la proportione della e f. alla f c. verrà ad essere, come la proportione del numero attribuito alla e f. al numero al quale egli è doppio attribuito alla f c. *adunque la linea e f alla f c. ha quella proportione, che 306. a 153.* hora trouando la e c. che fa angolo retto con la c f nel triangolo rettangolo e c f. (mediante la penultima propositione del primo d'Euclide) perche li dui quadrati di f c. & c e. sono eguali al quadrato solo di e f cauando il quadrato di f c. qual quadrato è 23409. dal quadrato di e f. qual quadrato è 93636. il rimanente 70227. sarà il quadrato di e c. però la linea e c. sarà la ℞ di 70227. cioe alquanto piu di 265. (che il quadrato di 265. è solo 70225.) onde essendo e c. maggiore di 265. & o f. 153. precise, ne segue che, *& la e c. alla c f. habbi maggior proportione che 265. a 153. Seghisi l'angolo f e c. per mezo tirata la linea e g. come dunque* (per la prima parte della terza propositione del sesto libro d'Euclide) *è la f e, alla e c. così è la f g. alla g c. & permutando, & componendo* (cioe componendo come dalla somma di f e. e c. alla e c così la somma di f g. g c, cioe f c. alla c g. & permutando *come dalla somma di f e. e c. alla f c. così e c. alla c g.* ma f c. è 306. & e c. è più di 265 però la somma loro sarà piu di 571. & f c. e 153. onde dalla somma di f e. c e. alla f c. è maggior proportione che di 571. a 153. *adunque maggior proportione hà c e. alla c g. che 571. a 153.* onde posta c g 153. la c e. sarà piu di 571. & trouando la e g. opposta all'angolo retto g c e. nel triangolo rettangolo g c e. essendo c e. 153. il suo quadrato sarà 23409. & essendo e c. piu di 571. il suo quadrato sarà più di 326041. però la somma loro, cioe il quadrato di e g. sarà piu di 349450. onde essendo la potenza di c g 23409 all'hora la potenza di e g sarà piu di 349450. & perche la rad. quadra di 349450. e ꝑ di 591 & questo rotto e piu d' $\frac{1}{8}$. (che l'ottauo di 1183. e solo $147\frac{7}{8}$.) ne segue che quando c g. sia 153. all'hora e g. sarà piu di $591\frac{1}{8}$. *periche e g. alla g c. potentialmente hà maggior proportione, che 349450. a 23409. ma in lunghezza maggiore che $591\frac{1}{8}$. a 153. Di nuouo seghisi l'angolo g e c. per mezo con la linea e h.*

349450
5 9 1
994
118 135.0
591

per la medesima ragione, cioe similmente come s'e detto di sopra, considerato il triangolo g e c. l'angolo g e c. della cima del quale e diuiso per mezo dalla linea e h, conosciamo per la prima parte della terza propositione del sesto d'Euclide, che la proportione del lato e g. al lato e c. sarà come dalla parte della base g h, alla parte h c. & componendo, ò vogliamo dire per la 18. propositione del quinto, congiuntamente dalla somma delli dui lati g e. e c. al solo e c. come dalla somma delle due parti della base, cioe da tutta la base g c alla sola parte h c. & permutãdo, ò vogliamo dire permutatamente per la 16. propositione del quinto, dalla somma delli lati g e. e c. alla base g c. sarà come dal solo lato e c. alla sola parte h c; onde quando la g c. e 153. essendo trouata la c e. e piu di 571. & la e g. piu di $591\frac{1}{8}$. all'hora la somma di g e. & e c. sarà piu di $1162\frac{1}{8}$. & però essa somma alla c g. & consequentemente *la e c. alla c h. hà maggior proportione, che $1162\frac{1}{8}$. a 153.* periche posta c h. 153. la e c. sarà piu di $1162\frac{1}{8}$. & considerato il triãgolo rettangolo h c e, mediante queste due linee h c. e c. che contengono l'angolo retto trouando la h e. oppostagli, perche il quadrato di c h. 153. sarà 23409. & il quad. di e c. piu di $1162\frac{1}{8}$. sarà piu di 1350534. la somma di questi dui quadrati, & consequentemente il quadrato della linea h e, sarà piu di 1373943. & perche la rad. quadra di questo numero e piu di 1172. & questo rotto e

piu

piu d' $\frac{1}{8}$. (che l'ottauo di 2344. e solo 293.) ne segue che quando c h. sia 153. all'hora h e. sara piu di 1172 $\frac{1}{8}$. *per il che h e. ad hc. hà maggior proportione che 1172 $\frac{1}{8}$. a 153. Ancora seghisi l'angolo h e c. per mezo tirata la e k.* che cosi similmente come s'è detto di sopra considerato il triangolo h e c. la proportione del lato h e. superiore al lato c e. inferiore sarà come dalla parte h *k*, superiore della base alla parte k c. inferiore, & congiontamente dalla somma de' dui lati h e, e c. al solo lato inferiore e c. come dalla somma delle parti della base, cioe come dalla totale base h c, alla parte inferiore k c, & permutatamente dalla somma de' lati h e. e c. alla base h c. come dal lato inferiore e c. alla parte della base inferiore k c. & perche sappiamo che quando h c. e 153. all'hora h e. e piu di 1172 $\frac{1}{8}$. & e c. e piu di 1162 $\frac{1}{8}$. & però all'hora la somma di h e. e c. e piu di 2334 $\frac{1}{4}$. ne segue che la somma di h e. e c. alla h c. & consequentemente *la e c. alla c K ha maggior proportione che 2334 $\frac{1}{4}$. a 153.* onde posta la c K. 153. all'hora la c e. sara piu di 2334 $\frac{1}{4}$. & considerato il triangolo rettangolo K c e. mediante queste due linee c K. c e, che contengono l'angolo retto, trouando la K e. oppostagli, perche il quadrato di c K. 153. sara 23409. & il quadrato di c e. piu di 2334 $\frac{1}{4}$. sara piu di 5448723 $\frac{1}{16}$. la somma di questi dui quadrati, & consequentemente il quadrato della linea K e. sara piu di 5472132 $\frac{1}{16}$. & perche la rad. quadra di questo numero e piu di 2339. 1211 $\frac{1}{16}$. esimo di 4679. & questo rotto e piu d' $\frac{1}{4}$. (che il quarto di 4679 e solo 1169 $\frac{3}{4}$.) ne segue, che quando c K. sia 153. all'hora k e. sara piu di 2339 $\frac{1}{4}$. *adunque e k. alla c k. hà maggior proportione che 2339 $\frac{1}{4}$. a 153. Seghisi finalmente l'angolo k e c. per mezo con la linea l e.* che similmente considerato il triangolo *k* e c. la proportione del lato superiore *k* e. (per la prima parte della terza del sesto d'Euclide) al lato inferiore c e. sarà come dal la parte della base superiore *k* l. alla parte inferiore l e. & congiuntamẽte dalla somma delli dui lati *k* e, e c. al solo lato inferiore e c. come dalla totale base *k* c. alla parte inferiore l c, & permutatamente dalla somma de' lati *k* e. e c. alla base *k* c come dal lato inferiore e c. alla parte della base inferiore l c. & perche sappiamo che quando *k* c. e 153. all'hora *k* e. e piu di 2339 $\frac{1}{4}$. & e c. e piu di 2334 $\frac{1}{4}$. & però all'hora la somma di *k* e, e c. e piu di 4673 $\frac{1}{2}$. ne segue che la somma di K e. e c. alla K c, & consequentemente ne segue che *adunque e c. ad l e. hà maggior proportione, che 4673 $\frac{1}{2}$ a 153. & cosi essendo l'angolo f e c. la terza parte d'vn retto, perche egli è stato diuiso quattro volte per mezo, esso angolo l e c. sarà la quadrigesima ottaua parte d'vn retto* (che nella prima diuisione l'angolo g e c. mita dell'f e c, terzo d'vn retto, verra ad essere $\frac{1}{6}$. di retto, & nella seconda diuisione l'angolo h e c. mita del g e c. sesto d'vn retto verra ad essere $\frac{1}{12}$. di retto. & nella terza diuisione l'angolo K e c, mita dell'h e c. $\frac{1}{12}$. di retto, verra ad essere $\frac{1}{24}$. di retto, & nella quarta diuisione l'angolo l e c. mita del k e c. $\frac{1}{24}$. di retto, verra ad essere $\frac{1}{48}$. di retto) *hora al centro e. si pona l'angolo c e m eguale all' l e c. che l'angolo l e m. sarà la vigesimaquarta parte d'vn retto* (perche essendo egli composto dalli dui angoli l e c, che e $\frac{1}{48}$. di retto, & c e m. a detto l e c. fatto eguale, & che perciò e anch'egli $\frac{1}{48}$. di retto, la somma loro, cioe tutto l'angolo l e m. verra ad essere $\frac{2}{48}$. cioe $\frac{1}{24}$. di retto, & perche $\frac{1}{24}$. di retto, viene ad essere $\frac{1}{96}$. di quattro retti, ne segue che esso angolo l e m. fatto nel centro e. sia l' $\frac{1}{96}$. di tutto lo spatio, che e attorno a detto centro e.) *però la linea retta l m, sarà il lato del Poligono,* cioe del rettilineo equilatero, & equiangolo, *circonscritto al Cerchio che sia conteauto da 96. lati. Perche dunque si è mostrato la linea e c. alla e l. hauere maggior proportione che 4673 $\frac{1}{2}$. a 153. ma ad essa e c. è doppia la a c. & ad essa c l. e doppia la l m,* ne seguirà per la   del quinto d'Euclide, che ancora dalla a c. diametro del Cerchio alla l m. lato del 96. agono equilatero, & equiangolo circonscrittoli, sia maggior proportione che di 4673 $\frac{1}{2}$. a 153. onde posto il lato l m. 153. all'hora il diametro a c. sarà piu di 4673 $\frac{1}{2}$. ma essendo il lato l m. 153. tutti li 96. lati, cioe l'ambito del 96. agono, saranno 96. volte 153. che fa 14688, però quando l'ambito del Poligono di 96. lati circonscritto al Cerchio sia 14688. all'hora il diametro a c. sarà piu di 4673 $\frac{1}{2}$. onde *la a c. all'ambito del Poligono di 96. lati, hauerà maggior proportione che di 4673 $\frac{1}{2}$. a 14688.* & conuersamente l'ambito del Poligono al diametro a c. hauerà minor proportione che di 14688. a 4673 $\frac{1}{2}$. perche essendo la vera lunghezza del diametro piu, ò vogliamo dire maggiore di 4673 $\frac{1}{2}$. ne segue per la   del quinto, che ciascuna quantità paragonata a detto numero maggiore incognito, li habbi minor proportione, che non hà

al

1162 $\frac{1}{8}$.
1162 $\frac{1}{8}$.
1350244 $\frac{1}{64}$.
290 $\frac{1}{2}$.
1350534 $\frac{33}{64}$.
23409
1373943 $\frac{33}{64}$.
1172
22 1639
234 5043
1172. 359 $\frac{33}{64}$. esimo di 2345.

2334 $\frac{1}{4}$.
2334 $\frac{1}{4}$.
5447556 $\frac{1}{16}$.
1167
5448723 $\frac{1}{16}$.
23409
5472132 $\frac{1}{16}$.
2339
46 182.1
6 43252
2339. 1211 $\frac{1}{16}$. esimo di 4679

al $4673\frac{1}{2}$.ma questa quantità 14688.alla quantità di $4672\frac{1}{2}$. *& è tripla & la eccede in* $667\frac{1}{2}$ *ilche è minore della settima parte di* $4673\frac{1}{2}$.(che la settima parte di $4673\frac{1}{2}$.e $667\frac{9}{14}$.) *perilche l'ambito del Poligono circonscritto al Cerchio, al diametro d'esso è triplo, & piu minore, che sesquisettimo*, cioe lo contiene manco di volte $3\frac{1}{7}$. ò vogliamo dire essendo il diametro del Cerchio 1. l'ambito del Poligono non arriuarà a $3\frac{1}{7}$. *adunque l'ambito del Cerchio* (che è minore dell'ambito del Poligono circonscrittoli, *è molto minore, che triplo sesquisettimo al suo diametro*.

Sia il Cerchio il diametro del quale è la linea a c, & l'angolo b a c, sia la terza parte d'vn'angolo retto ilche verrà fatto se principiaudo dall'estremità c si accomodarà nel Cerchio la retta c b. eguale alla mità del diametro. & poi dall'altro estremo a. al b. si tirarà la a b. che cosi la c b. sarà lato del Esagono da inscriuersi nel Cerchio (per la 15. del quarto d'Euclide, & però sottotenderà alla sesta parte de la circonferenza d'esso Cerchio, onde l'angolo fatto nel centro hauente per base l'arco c b. saria la sesta parte di quattro retti, cioe li $\frac{4}{6}$ ò vogliamo dire li $\frac{2}{3}$ d'vn retto solo, & però l'angolo b a c. fatto nella circonferenza, che hà per base l'istesso arco c b. & che consequentemente per la 20. del terzo d'Euclide è la mità dell'angolo detto cha si facesse nel cētro, verrà ad essere $\frac{1}{3}$ di retto; Et perche l'ang. a b c. fatto nel mezo Cerchio è retto. cōsiderato il triang. rettang. a b c. sapēdo che il lato c b. è la mità del c a. se vorremo che c a. sia poniamo 1560. all'horà c b, sarà 780. & questo mediante potremo trouare l altro lato a b. cauando il quadrato di c b, che e 608400. dal quadrato di c a, che è 2433600. & resta 1825200. per il quadrato di a b. & perche la rad. quadra di 1825200. non arriua a 1351. (che 1351. via 1351. fa 1825201.) esso lato, ò linea a b. sarà manro di 1351. *adunque a b. à b c. hà minor proportione, che 1351. à 780 ma a c. à c b. hà quella che e da 1560. à 780. Seghisi per mezo l'angolo b a c. tirata la linea a g.* quale ancora sega la b c. nel punto f, & si tiri la retta c g, *& cosi perche l'angolo b a g. è eguale a l'angolo g c b.* per la 21 del terzo d'Euclide, essendo ambidui fatti nella circonferenza, & hauendo per base vn'istesso arco g b, *& ancora al g a c. sarà anco l'angolo g c b. eguale ad esso g a c, &* di piu considerati li dui triangoli rettangoli c g f. & c g a, *l'angolo commune a g c. è retto, adunque ancora il terzo angolo g f c. sarà eguale al terzo angolo g c a. & il triangolo a g c. equiangolo al triangolo c g f. perilche* (per la quarta del sesto d'Euclide) *come à g. à g c. cosi c g. à g f. & a c. à c f. ma come a c. à c f. cosi è la somma di c a. a b à b c.* perche considerato il triangolo b a c. essendo l'angolo b a c. della cima diuiso per mezo dalla linea b f. che anco sega la base b c. nel punto f ne segue per la prima parte della terza propositione del sesto d'Euclide, che dal lato superiore a b all'inferiore a c. sia come dalla parte superiore b f. della base alla parte inferiore f c, & però congiuntamente dalla somma de' lati a b. a c. al lato a c. inferiore, come dalla sōma delle parti b f, f c. cioe come da tutta la base b c. alla sua parte inferiore f c, & permutatamente dalla somma de lati a b a c. alla base b c. come dal lato inferiore a c. alla parre inferiore f c. ma a b. è minore di 1351. & a c. è 1560. però la somma loro è minore di 2911. & la b c. è 780. onde la somma di a b. a c. alla b c. & cōsequentemēte la a c. alla c f. *& però la a g. alla g c. hà minor pportione che 2911. à 780.* onde posta g c, 780. la g a sarà māco di 2911 & considerato il triangolo rettangolo a g c. mediāte li dui lati c g. g a. noti, che contengono l'angolo retto a g c, trouaremo il lato a c. opposto all'angolo retto, giongendo il quadrato di g c. 780. che è 608400. con il quadrato di g a. manco di 2911. che è manco di 8473921. & fa māco di 9082321. & questo è il quadrato di a c. & perche la rad. quadra di 9082321. è manco di $3013\frac{4\ 1\ 5\ 2}{6\ 0\ 2\ 6}$. ilche è ancor manco di $3013\frac{3}{4}$. conosciamo che a c, non arriua a $3013\frac{3}{4}$ cioe è minore di $3013\frac{3}{4}$ *però essa a c. alla c g. hà minor proportione che* $3013\frac{3}{4}$. *a 780. Di nuouo seghisi l'angolo c a g. per mezo tirata la a h*, quale ancora sega la g c. nel punto i. onde considerato il triangolo g a c. che hà l'angolo g a c. dalla cima diuiso per mezo dalla linea a h, che anco sega la base g c in i. ne segue (per la prima parte della terza del sesto d'Euclide) che dal lato superiore a g. al lato inferiore a c. sia come dalla parte superiore g i. dalla base alla inferiore i c, & congiuntamente dalla somma de i lati a g. a c. al lato inferiore a c. come dalla somma delle parti della base g i. i c. cioe da tutta la base b c. alla parte inferiore i c. & permutatamente dalla somma de' lati a g. a c. alla base g c. come dal lato inferiore a c. alla parte inferiore i c. della base, ma il lato a g. è minore di 2911. & il lato a c. è minore di $3013\frac{3}{4}$. però la somma loro è minore di $5924\frac{3}{4}$. & la base g c. è 780. però la somma de' lati alla base, & consequentemente la a c. alla i c. hà minor proportione che $5924\frac{3}{4}$. a 780. Et considerati li dui triangoli rettangoli a h c, & i h c. che hanno l'angolo commune h. ret-

1825200
1 3 5 0
1352
2700

2911
2911
8473921
608400
9082321
3 0 1 3
823
602 2222.1
$3013\frac{4\ 1\ 5\ 2}{6\ 0\ 2\ 6}$.

to (essendo fatto nel mezo cerchio) perche l'angolo h a c.dell'vno è eguale all'angolo h c i.dell'altro (essendo per la diuisione dell'angolo g a c.in due parti eguali l'angolo h a c.eguale all'angolo g a h,& ancora l'angolo h c g.che è vn'istesso con l'h c i. eguale al medesmo g a h. per la 21. del terzo,che ambidui sono angoli della circonferenza,& hanno per base vn'arco istesso g h.) ne segue (per la seconda parte della 32.del primo d'Euclide) che il restante angolo a c h. dell'vno, sia eguale al restante angolo c i h.dell'altro,cioe che essi dui triangoli siano equiangoli,& (per la quarta del sesto) di lati proportionali;onde dal lato a h,dell'vno al suo relatiuo h c.dell'altro,sarà come dal lato a c.dell'vno, al suo relatiuo i c.dell'altro, però *per la medesima ragione a h, ad h c,hà minor proportione che 5924 $\frac{3}{4}$.à 780.ouero che 1823. à 240 perciochè ciascun di questi è li $\frac{4}{13}$.di ciascuno di quelli*;onde posto che b c.sia 240.la a h.sarà minore di 1823. & considerato il triangolo rettangolo a h c. trouaremo la a c. opposta all'angolo retto,giongendo al quadrato di h c.240.che è 5760.il quadrato di a h.minore di 1823.che è manco di 3323329. & la somma sara manco di 3380929. per il quadrato di a c.la rad.del qual numero è manco di 1838 $\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{6}\frac{8}{7}\frac{3}{6}$. & questo rotto è manco di $\frac{9}{11}$. (che $\frac{9}{11}$.sono 3007 $\frac{2}{11}$.3676 cimi) però a c.è tanto maggiormente minore di 1838 $\frac{9}{11}$. *perilche a c. alla c h. ha minor proportione che 1838 $\frac{9}{11}$.a 240. Ancora seghisi l'angolo h a c, per mezo tirata la K a, adunque* (cioe con il medesmo modo, & con le istesse ragioni di sopra vsate trouaremo che *) & essa* K *a. alla* K *c. hà minor proportione che 3661 $\frac{9}{11}$.à 240.ouero che 1007. a 66 perciochè ciascun di questi è li $\frac{11}{40}$. di ciascun di quelli, però a c.alla* K *c. hà minor proportione che 1009 $\frac{1}{5}$.à 66.* (ilche tutto per conoscerlo perfettamente,replicādo li modi,& dimostrationi superiori,diremo, che la a K.segando l'angolo h a c per mezo seghi la retta h c. nel punto o, & considerato il triangolo h a c.che ha l'angolo h a c.dalla cima diuiso per mezo dalla linea a K, che anco sega la base h c. in o ne segue (per la prima parte della terza del sesto d'Euclide) che dal lato superiore a h. al lato inferiore a c. sia come dalla parte superiore h o.della base alla parte inferiore o c,& congiuntamente (per la 18.del quinto) dalla somma de i lati a h. a c.al lato inferiore a c.come dalla somma delle parti della base h o.o c,cioe da tutta la base h c. alla parte inferiore o c.& permutatamente (per la 16.del quinto) dalla somma de i lati a h.a c. alla base h c.come dal lato inferiore a c.alla parte inferiore o c.della base;ma il lato a h.e minore di 1823 & il lato a c.e minore di 1838 $\frac{9}{11}$.però la somma loro e minore di 3661 $\frac{9}{11}$.& la basa h c.e 240 però la somma de i lati alla base, & consequentemente la a c alla o c.ha minor proportione che 3661 $\frac{9}{11}$.a 240.& ridotta questa conuenienza a numeri intieri moltiplicando ciascun di questi per 11.haueremo in lor vece 40280. & 2640. & questi abbassati,ò schisati per 40. haueremo in lor vece 1007.& 66.che ritengono la istessa proportione che si troua fra 3661 $\frac{9}{11}$. & 240. onde perciò sapremo che la a c. alla o c. ha minor proportione che 1007. a 66. Et considerati li dui triang.rettang.a K c,& o K c, che hanno l'angolo commune K. retto (essendo fatto mezo nel cerchio)perche ancora l'angolo K a c. dell'vno.è eguale K c o. dell'altro essendo per la diuisione dell'angolo h a c. in due parti eguali, l'angolo K a c eguale all'angolo h a K. & ancora l'angolo K c h. che e vn'istesso con il K c o. eguale al medesmo h a k per la 21.del terzo, che ambidui sono angoli della circonferenza,& hāno per base vn'arco istesso h K) ne segue che il restante angolo K c a.dell'vno sia eguale al restante angolo K o c dell'altro, cioe che essi dui triangoli siano equiangoli.& di lati proportionali,onde dal lato a K.dell'vno, al suo relatiuo K c. dell'altro,sara come dal lato a c.dell'vno,al suo relatiuo o c.dell'altro,ma da a c.all'o c.sappiamo esser minor proportione che di 1007. a 66. però ancora K a. alla k c.hauera minor proportione, che 1007. a 66. onde posto K c. 66. all'hora K a.sara minore di 1007. & considerato il triangolo rettangolo a K c.trouaremo la a c.opposta al suo angolo retto,giongenpo il quadrato di K c 66. che e 4356 al quadrato di K a.minore di 1007.che e manco di 1014049 & la somma sara manco di 1018405 per il quadrato di a c.la rad. del qual 1018405. e manco di 1009 $\frac{3}{5}\frac{3}{0}\frac{3}{1}\frac{4}{8}$. & questo rotto e manco di $\frac{1}{6}$.però tanto maggiormente minore di 1009 $\frac{1}{6}$. sara la a c.& consequentemēte essa a c.alla K c. ha minor proportione che 1009 $\frac{1}{6}$. a 66. *Seghisi vltimamente l'angolo* K *a c. per mezo con la retta l a* & procedendo pure come di sopra,diciamo che la l a. seghi la retta K c. in punto r,& considerato il triangolo K a c.che ha l'angolo K a c.dalla cima diuiso per mezo dalla linea r l.che anco sega la base K c.in r.ne segue che dal lato superiore a K al lato inferiore a c. sia come dalla parte superiore K r.della base alla parte inferiore r c & congiuntamente dalla sōma de i lati a K. a c. al lato inferiore a c. come dalla somma delle parti della base K r.r c.cioe da

1823
1823
3323329
57600
3380929
1 8 3 8
36 1409
6 32929
2686
3676
534 $\frac{2}{11}$.
9
3007 $\frac{2}{11}$.

tut-

tutta la base K c. alla parte inferiore r c. & permutatamente dalla somma de'lati alla base, come dal lato inferiore a c, alla parte inferiore r c. ma il lato a K. è manco di 1007. & il lato a c. è manco di 1009 $\frac{1}{6}$. però la somma loro è minore di 2016 $\frac{1}{6}$. & la base K c. è 66. però la somma de'lati alla base, & consequentemente la a c. alla r c. hà minor proportione che 2016 $\frac{1}{6}$. a 66. Et cõsiderati li dui triangoli rettangoli a l c & r l c, che hanno l'angolo l, commune, perche ancora l'angolo l a c. dell'vno è eguale all'angolo l c r. dell'altro (essendo per la diuisione dell'angolo K a c. in due parti eguali, l'angolo l a c. eguale all'angolo l a K, & ancora l'angolo l c K, che è vn istesso con l'l c r. eguale al medesmo l a K; che ambidui sono angoli della circonferenza, & hanno per base vn'arco istesso l K.) ne segue che il restante angolo l c a, dell'vno, sia eguale al restante angolo l r c. dell'altro, cioe che essi dui triangoli siano equiangoli, & di lati proportionali onde dal lato l a. dell'vno, al suo relatiuo l c. dell'altro, sarà come dal lato a c. dell'vno, al suo relatiuo c r. dell'altro, ma a c. ad r c. hà minor proportione che 2016 $\frac{1}{6}$. a 66. però ancora *l a ad l c. hà minor proportione che 2016 $\frac{1}{6}$. a 66.* onde posto l c 66. all'hora l a. sarà minore di 2016 $\frac{1}{6}$. Et considerato il triangolo a l c. che hà l'angolo a l c. retto per esser fatto nel mezo cerchio, trouaremo la quantità di a c. opposta al suo angolo retto, giongendo il quadrato di l c. 66. che è 4356. al quadrato di l a. minore di 2016 $\frac{1}{6}$. che è manco di 4064928 $\frac{1}{3}\frac{-}{6}$. & la somma sarà manco di 4069284 $\frac{1}{3}\frac{-}{6}$. per il quadrato di a c. la rad. del qual numero è manco di 2017 $\frac{6}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{1}\frac{5}{4}$. & questo rotto è minore di $\frac{1}{4}$. però a c. sarà tanto più minore di 2017 $\frac{1}{4}$. onde, *& la a c. alla c l. hà minor proportione che 2017 $\frac{1}{4}$. a 66. & conuersamente* c l. al a c. (per la 26. del quinto) hà maggior proportione che 66. a 2017 $\frac{1}{4}$. Hora considerisi che essendo l'angolo b a c. la terza parte d'vn retto, & però l'arco b c. la sesta parte della circonferenza, poiche l'angolo b o c del centro che saria $\frac{2}{3}$. di vn retto (cioe doppio all'angolo b a c. della circonferenza che è $\frac{1}{3}$. di retto) verria ad essere li $\frac{2}{1}\frac{-}{2}$. cioe $\frac{1}{6}$. di quattro retti. & però haueria per base la sesta parte della circonferenza totale del Cerchio, ò vogliamo dire; Hora considerisi che essendo la retta c b. (eguale al semidiametro del Cerchio) lato dell'Esagonò da inscriuere nel Cerchio, & però l'arco c b. la sesta parte di tutta la circõferenza del Cerchio, & per la diuisione dell'angolo b a c. in due parti eguali con la retta a g essendo anco diuiso l'arco c b. similmente in due parti eguali in g. la sua mità c g. sarà la duodecima parte della circonferenza totale, & ancora per la diuisione dell'angolo g a c. per mezo con la retta a h. diuidendosi similmente l'arco c g in due parti eguali in h. la sua mità c h. sarà la vigesima quarta parte della circonferenza totale. & ancora per la diuisione dell'angolo h a c. per mezo, con la retta a K. diuidendosi similmente l'arco c h. in due parti eguali in K. la sua mità c K. sarà la quadrigesima ottaua parte della circonferenza totale; Et vltimamente per la diuisione dell'angolo K a c. per mezo con la retta a l. diuidendosi similmente l'arco c K. in due parti eguali in l. la sua mità c l. sarà la nonagesima sesta parte della circonferenza totale, & consequentemente la retta c l. sottotendente a detto arco c l. (che è delle 96. parti l'vna della circonferenza totale) verrà ad essere il lato del Poligono, ò vogliamo dire del rettilineo equilatero, & equiãgolo di 96. lati da inscriuere in esso Cerchio; però essendo detto lato c l. 66. l'ambito del Poligono (ò 96. agono che si vogli dire sarà 96. volte 66. cioe 6636. Onde hauendo c l. lato del Poligono ad a c. diametro del Cerchio maggior proportione che 66. a 2017 $\frac{1}{4}$. ne segue che similmente. *dunque l'ambito del Poligono al diametro hà maggior proportione che 6636. a 2017 $\frac{1}{4}$. quale 6366. d'essa 2017 $\frac{1}{4}$. è maggiore che triplo superdieci partiente settant'vn esimo* (cioe maggiore che di 3 $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. ad 1. che i 2017 $\frac{1}{4}$. preso volte 3 $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. fa solo 6335 $\frac{2}{2}\frac{4}{8}\frac{7}{4}$.) *perilche ancora l'ambito del Poligono di 96. lati inscritto nel Cerchio rispetto al suo diametro è maggiore, che triplo superdieci partiente settant'vn esimo, adunque l'ambito del Cerchio* [che è maggiore dell'ambito del Poligono inscrittoli] *è molto maggiore* (rispetto al suo diametro) *che triplo superdieci partiente settant'vn esimo; dal che è manifesto l'ambito del Cerchio al suo diametro esser triplo, & di più minore che sesquisettimo, ma maggiore che superdieci partiente settant'vn esimo*, ilchè è quello che si voleua dimostrare.

1077
1007
1014049
4356
1018405
1 0 6 5
200 18409
1009 $\frac{3}{2}\frac{-}{0}\frac{2}{1}\frac{4}{8}$.

2016 $\frac{1}{6}$.
2016 $\frac{1}{6}$.
4064256 $\frac{1}{1}\frac{-}{6}$.
672
4064928 $\frac{1}{1}\frac{-}{6}$.
4356
4069284 $\frac{1}{1}\frac{-}{6}$.
2 0 1 7
692
402 29184
2017 $\frac{6}{4}\frac{0}{0}\frac{6}{2}\frac{5}{4}$.

2017 $\frac{1}{4}$.
3 $\frac{1}{7}\frac{0}{1}$.
20172 $\frac{2}{4}$.
284
597
292
8 $\frac{2}{4}$.
284 $\frac{2}{2}\frac{4}{8}\frac{}{4}$.
6051 $\frac{3}{4}$.
6335 $\frac{2}{2}\frac{4}{8}\frac{7}{4}$.

Si conosce hora benissimo, che Archimede nel misurare il Cerchio, per trouare per approssimatione la proportione che è dal diametro alla circonferenza, serrò il Cerchio fra vn 96. agono equilatero, & equiangolo inscrittoli, & fra vn 96. agono simile circonscrittoli. Et per essere la circonferenza del Cerchio maggiore dell'ambito del inscrittoli, & minore dell'ambito del circonscrittoli; perche se il diametro è 1. l'ambito dell'inscritto è più di $3\frac{10}{71}$. & l'ambito del circõscritto è manco di $3\frac{1}{7}$. egli determinò che essendo il diametro del Cerchio 1. la circonferenza era manco di $3\frac{1}{7}$. ma più di $3\frac{10}{71}$. Et per facilità de l'operare li Pratici sempre hanno supposto che ella sia $3\frac{1}{7}$. perche $3\frac{1}{7}$. è numero più comodo che $3\frac{10}{71}$. Ne Archimede si curò di maggiormẽte accostarsi al vero, poiche tutti li numeri che da $3\frac{1}{7}$. verso $3\frac{10}{71}$. si fussero approssimati più al vero incognito, tutti sariano stati più laboriosi da adoprare, & però manco grati alli Pratici, li quali desiderano più tosto maggior facilità che maggiore esquisitezza.

Et notisi che Archimede nel [illegible] re circonscritte al Cerchio per trouare la cõuenienza dell'ambito d'esse al diametro del Cerchio, di modo che essa conuenienza eccedesse alquãto la vera cõuenienza, ò proportione incognita: egli nel nominare per numero le due prime linee e f. f c. (delle quali l'vna f c. opponendosi all'angolo retto f c. è doppia all'altra e f. che forma angolo retto con la e e.) adoprò questi dui numeri di 306 & 153. accioche con molta comodità la e c. si potesse determinare, ò nominare con numero grande intiero poco minore del vero; poiche la differenza del quadrato di 153. minore al quadrato di 306. maggiore è 70227. numero che nõ potendo esser quadrato è almeno molto poco maggiore d'vn numero quadrato, eccedendo egli solo di 2. vnità 70225. la radice del quale è 265. preso per la linea e c. se bene ella veramente è alquanto più di 265 come hora a punto habbiamo dibisogno. Et nelle figure inscritte al Cerchio per trouare la conuenienza dell'ambito d'esse al diametro del Cerchio di modo però, ch'essa conuenienza fusse alquãto scarsa, cioe non arriuasse alla vera proportione incognita egli nel nominare per numero da principio le due linee a c. b c. (delle quali l'vna a c. opposta all angolo retto a b c. è doppia all'altra b c. che fà angolo retto cõ la a b. nel triangolo rettãgolo a b c. da dette tre linee terminato) adoprò 1560. & 780. accioche con molta comodità la a b. si potesse esplicare con numero intiero grande poco maggiore del vero, conoscendo li quadrati di questi numeri 1560 & 780. essere fra loro differenti in vn numero, che non potendo esser quadrato è nondimeno quasi quadrato, cioe non arriua ad essere quadrato, mancandoui solo 1. vnità per arriuare a 1825201. quadrato di 1351 che si piglia per la linea a b. se bene ella è veramente alquãto manco di 1351. come hora a punto fa di bisogno.

Da questo ancora si può far giuditio, che Archimede hauesse grande esperienza nelli numeri, poiche nell'operatione di questa sua propositione con si mirabile arte vsò li sopradetti quattro numeri tanto comodi all'intento suo. Et lo conoscerà benissimo chi si vorrà ponere a cercarne quattro altri simili. Et perche quando vn numero è doppio all'altro, la differenza del quadrato dell'vno al quadrato dell'altro è tripla al quadrato dell'altro, qual triplo non può essere numero quadrato (cioe il triplo d'vn numero quadrato non può essere numero quadrato) poiche 3. denominatore di questa proportion tripla non è numero quadrato; il quesito nella inuentione de' dui primi numeri potrà essere.

Trouisi vn numero intiero quadrato ma grande (cioe composto almanco da cinque figure, & quanto maggiore sarà, tanto più sarà comodo) il triplo del quale ecceda di pochissime vnità vn numero intiero quadrato.

Et il quesito nella inuentione de' dui secondi numeri potrà essere.

Trouisi vn numero intiero quadrato, ma grande (cioe composto da molte figure, che quanto maggiore tanto è più comodo) il triplo del quale sia talmente vicino ad vn numero intiero quadrato, che ad arriuarlo vi manchi pochissime vnità. Che nell'vno, & nell'altro quesito la rad. del quadrato che si domanda sarà il minore delli dui nostri numeri intieri, & il suo doppio verrà ad essere il maggiore.

Et se a noi piacesse vsando il modo d'Archimede, & pigliando per fondamento i primi suoi numeri, andar trouando esquisitamente l'ambito delle figure dette circonscritte, & inscritte al Cerchio. Potressimo cominciando dalle circonscritte, posta la linea f e. 153. & la f c. a lei doppia 306. con esse trouare la e c. che sarà ℞ 70227. però la somma di f c & e c sarà 306 piu ℞ 70227. onde posta c g. 153. all'hora c e. sarà 306. piu ℞ 70227. Et con queste due trouaremo la e g opposta all'angolo retto g c e. da loro contenuto, quale e g. sarà ℞ L. 187272 piu ℞ 26303101488. 7. onde la somma di g e, & e c. sarà rad. L. 187272. piu rad. 26303101488. 7. piu rad. 306. piu ℞ 70227. però posta c h. 153. all'hora c e. sarà rad. L. 187272. piu rad. 26303101488 7. piu 306. piu ℞ 70227 & con queste due potremo trouare e h opposta all'angolo retto h c e. da loro contenuto, che sarà rad.

rad.L 361144.piu rad. 105112405912.piu rad. L 227960211896. piu rad. 51888986091160208-6060800.]]

Ma perche a volere andare adoprando continuamente queste quantità irrationali laboriose, vi andaria molta fatica, & molto tempo (il che però non appoitaria frutto notabile nell'inuestigare la proportione, che hà la circonferenza del Cerchio al suo diametro, poiche ne anco dalla precitione dell'ambito di qual si voglino figure inscritte al Cerchio si può venire in cognitione della precise proportione detta, che hà la Circonferenza del Cerchio al suo diametro) noi in vece di queste faticose quantità, potremo continuamente adoprare i numeri rationali che ci ingegnaremo trouare molto propinqui ad esse, vsando diligenza nell'andarci approssimando al vero in ciascuna operatione di mano in mano, & per facilità adoprando rotti i denominatori de i quali siano simplici decine, ò centonari, ò milliari, ò simili, che cosi finalmente haueremo la proportione dell'ambito della figura al diametro del Cerchio molto propinqua al vero & molto prossima a quello che si trouaria mediante la quantità irrationale che finalmente s'hauesse; riducendo essa quantità irrationale a numero rationale propinquo; poiche anco in essa essendo ella composta di molte partiali quantità irrationali, accaderia, che non vna ma più volte non si potria tener conto delle occorrenti partiali minutie a bastanza, onde in fine molto poco si saria acquistato d'approssimatione rispetto all'altro operare; maneggiando sempre numeri rationali propinqui. Et ce ne accorgeremo benissimo se di sopra quando dicessimo che posta e h. 153. all'hora la c e. si trouaua rad. L 187272. piu rad. 2630310488. piu 306. piu rad. 70227. se noi dico in vece d'adoprarla in questo modo la ridurremo a numero rationale propinquo, che potremo dire ella essere 1162 [illegible] & più, & adoprando questo 1162 [illegible] lo moltiplicaremo in se stesso che sarà 1350593 [illegible] & però il quadrato di c e sarà 1350593 [illegible] & più, alche gionto 23409. quadrato di c h posta 153. sarà 1374002 [illegible] & più, & questo sarà il quadrato di e h & però ella e h. verrà ad essere la radice quadra di questa quantità, cioe sara 1172 428 [illegible] esimo di 2345 & più il che si vede essere quasi quanto il 1172. 418 esimo di 2345. a che si ridurria la quantità irrationale di e h. sopradetta (poiche il rotto 418 [illegible] esimo di 2345. e poco differente da 418 esimo di 2345. Onde hora seruendoci solo delle quantità rationali propinque, potremo dire, che posto c h 153. all'hora e h sara più di 1172 [illegible] (per accompagnare all'1172. rotto piu facile del sopradetto poco differente da lui) & la c e più di 1162 [illegible] Onde la somma di e h, & e c sara 2334 [illegible] & più, però posta c k 153. all'hora c e sara 2334 [illegible] & più, & consequentemente potremo trouare la e k. opposita all'angolo retto k c e da loro contenuto, che sara 2319 [illegible] & piu; onde la somma di e K, & è ç. sara 4673 [illegible] & piu, però posta c l. 153. all'hora c e. sara 4673 [illegible] & piu. Ma c e. è la mità del diametro del Cerchio, & c l. è la mita del lato del 96 agono equiangolo da circonscriuerli. onde posto il lato totale del 96. agono 153. all'hora il diametro totale del Cerchio sara 4673 [illegible] & piu, ma quando il lato del 96 agono sia 153. all'hora l'ambito totale del 96. agono equilatero sara 14688 onde quãdo l'ambito totale del 96. agono è 14688. all'hora il diametro del Cerchio sara 4673 [illegible] & piu, & moltiplicando ciascuno di questi dui numeri per 12000 (acciò si trouino dui numeri intieri, che ritenghino la istessa conuenienza fra loro) che fanno 176256000 & 56083987. potremo dire, che quando l'ambito del 96 agono sia 176256000. all'hora il diametro del Cerchio sara 56083987. & piu. Onde conuersamente quando il diametro del Cerchio fusse solo 56083987. all'hora l'ambito del 96. agono non doueria arriuare a 176256000. cioe saria minore di 176256000. & però la proportione di detto ambito al diametro del Cerchio sara minore, che di 176256000. a 56083987.

Ma la Circonferensia del Cerchio è minore dell'ambito del 96. agono circonscrittoli, però quando l'ambito del 96. agono e manco di 176256000. tanto piu la circonferenza del Cerchio conuiene essere minore di 176256000 & però tãto piu la proportione che è dalla circonferenza al diametro cõuien esser minore che di 176256000. a 56083687. cioe che di 3 [illegible] ad 1. (che è minore di tripla sesquisettima, perche il rotto [illegible] è minore d' $\frac{1}{7}$. che si troua essere 8011998 $\frac{1}{7}$. esimo di 56083987.) & il rotto [illegible] se lo ridurremo a 4970000000000. esimi non arriuara a [illegible] pero potiamo dire che la proportione della circonferenza al diametro e minore, che di 3 [illegible] ad 1. ò vogliamo dire, che di 15619294683881 9. a 4970000000000. & però quando il diametro sia 4970000000000. all hora la circonferenza non può arriuare a 15619294683881 9.

Operatione.

fe. 306. fc.153 posta c g 153.all'hora sarà c e.306.p̄ ℞ 70227.

153 306.p̄ ℞ 70227.

23409.quadrato di fc. 93636. ℞ 374544

3 70227. ℞ 70227

70227.quad.di c e. 103863 2621808

e c.℞ 70227 749088

somma di f e. e c. 306.p̄ ℞ 70227. 749888

2621808

163863.p̄ ℞ 26303101488.è il quad.di c e.

23409 è il quad.di c g.

188272 p̄ ℞ 26303101488. è il quad.di e g.

e g.rad.L 187272.p̄ ℞ 26303101488.⁊.

somma di g e. e c.rad.L 187272.p̄ ℞ 26303141488.⁊.p̄ 306.p̄ ℞ 7027.

Posta c h.153.all'hora sarà c e.rad.L 182232.p̄ rad 26303101488.⁊.p̄ 306 p̄ rad.70227.

rad.L 187272.p̄ rad.26303101488.⁊.p̄ 306.5 rad.70227.

187272.p̄ rad.26303101488.

163863 p̄ rad 26303101488.

351135 p̄ rad.105212405952.

rad.L 187272.piu rad.26303101488. ⁊.

via rad.L 163863.piu rad. 26303101488. ⁊.

561816 187272

1123532 193863

1498176 351135

561816 3511,5

2996352 1755675

30686951736 1053405

26303101488 3862485

50990053224 12289725

rad.123295788225

rad. 26303101488

9863661058000

5918197834800

123295788225

123295788225

369887364675

369887364675

739774729350

246591576450

rad.3243061630725130378800

351135.piu rad.105212405952.piu rad.L 227960212896.

piu rad.51888989491602086060800.⁊.è il quadrato di c e.

23409 è il quadrato di c h.

374544.piu rad.105212405952.piu rad.L 227960212896.

piu rad.51888986091602086060800.⁊.è il quadrato di e h.

e h.rad.L 374544.piu rad.105212405952.piu rad.L 227960212896.

3.2 4 3 6 4

152

64 281.2

8 2364.0

6 41915.9

72 2996352

242 100364 601 1183
531 324365 4000 1
100364 324365 7098
301092 973095 1183
501820 1621825 710983
648730 172237815 $177\frac{2}{4}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}$.
7784760
131189614
172237815

Riducasi $\frac{2}{5}\frac{0}{6}\frac{0}{0}\frac{4}{8}\frac{0}{2}\frac{1}{0}\frac{1}{8}\frac{0}{7}$.a 4970000000000000.esimi.
56028273
392197911
3978006383000000000000000.
saranno 709294683881894.& piu.
392587909 60.& manco.
521282930
504755883
165270470
112167974
531024960
504759883
262690770
224335948
383548220
336503922
470442980
448671896
217710840
168351961
494588790
448671896
459168940
448671896
105970440
56083987
498864530
448671896
501926340
448671896
532544440
504755883
177685570

Ma piu breuemente dicasi che saranno quasi,cioe manco di $\frac{7}{2}\frac{0}{4}\frac{0}{7}\frac{2}{0}\frac{0}{0}\frac{4}{0}\frac{6}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{8}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$.

Et se vorremo trouare l'ambito del 192.agono equiangolo circonscritto al Cerchio, nel medesimo modo,noi imaginaremo l'angolo l e c.diuiso per mezo con la linea e n,che cosi la c n. sara il semilato del 192 agono, & la proportione della somma di l e. e c. alla base l c.nel triangolo l e c.sara come dal lato inferiore e c. alla parte inferiore c n.della base,ma noi sappiamo che posta c l.base 153.all hora la e c.lato inferiore sara $4673\frac{7}{1}\frac{9}{2}\frac{8}{0}\frac{7}{0}$. & piu, però con queste due c l. c e.che formano l'angolo retto l c e. trouando la l e, opposta a detto angolo retto l c e. vedremo la l e.essere $4676\frac{9}{1}\frac{4}{6}\frac{9}{1}\frac{7}{1}\frac{9}{8}\frac{0}{0}$.& piu,però la somma di c e,& l e.sara $9349\frac{5}{6}$. & piu, onde la proportione della somma delli lati l e,e c,alla base l c,& consequentemente della linea e c.alla linea c n.sara come da $9349\frac{5}{6}$. & piu à 153. perilche posta la c n.semilato del 192.agono 153. all'hora

la

la c. semidiametro del Cerchio sarà 9349 $\frac{5}{6}$. & piu, & però dal diametro del Cerchio (doppio del semidiametro) al lato del 192. agono (doppio al semilato) sarà come da 9349 $\frac{5}{6}$. & piu a 153. ma essendo il lato del 192. agono 153. l'ambito d'esso sarà 192. volte 153. cioe 29376. però il diametro del Cerchio sarà detto 9434 $\frac{5}{6}$. & piu, quãdo l'ambito del 192. agono sia 29376. & riducendo questa conuenienza a intieri, moltiplicãdo ciascuno di questi dui numeri p 6. che farãno 56099. & 176256. diremo, che quãdo l'ambito del 192. agono sia 176256. all'hora il diametro del Cerchio sarà piu di 56099. & conuersamente quando il diametro del Cerchio fusse solo 56099. all'hora l'ambito del 192. agono, & però tãto maggiormente la circonferẽza del Cerchio non arriuaria a 17625 & però la proportione della circõferenza al diametro sarà minore, che 176256. a 56099. cioe, che di 3. $\frac{7053}{56099}$. ad 1. & riducendo questo rotto a denominatore, che habbi 497. & quanti zeri di piu ci venga comodo, egli non arriuarà a $\frac{70511470708}{497000000000}$. (che è manco di $\frac{71}{497}$. cioe d' $\frac{1}{7}$. & piu di $\frac{70}{497}$. cioe di $\frac{10}{71}$.) però potremo dire, che la proportione della circonferenza al diametro del suo Cerchio è minore, che di $\frac{70511470708}{497000000000}$ ad 1. ò vogliamo dire, che di 1561511470 8. a 497000000 0. perilche quãdo il diametro sia 4970000000. all'hora la Circonferenza non può arriuare a 15615114708.

Posta c l. 153. Sarà c e. 4673 $\frac{7}{1}\frac{0}{0}\frac{8}{0}\frac{7}{0}$. & piu.

4673 $\frac{7088}{10000}$.

32711   55009

457954   782716

32711   55909

37323271   63792169

6220 $\frac{3155}{0000}$.   78024000

141816196

14014

32711

28038

18692

quad. di c e. 21843149 $\frac{3}{1}\frac{4}{4}\frac{1}{4}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{6}{0}\frac{9}{0}$.

quad. di c l. 23409

quad. di l e. 21866558 $\frac{5}{6}\frac{0}{0}$. & piu.

4 6 7 6

586

92   706.5

34   5765.8

4676   1582 $\frac{5}{6}\frac{0}{0}$. esimo di 9353 & piu.

46 $\frac{918}{100}$.

46 $\frac{152}{800}$.

9353   94979   18995800   2030. & piu.   28980   9210

l e. 4676 $\frac{9}{1}\frac{4}{0}\frac{9}{1}\frac{7}{1}\frac{9}{8}\frac{0}{0}$. & piu.

e c. 4673 $\frac{7}{1}\frac{0}{0}\frac{8}{0}\frac{7}{0}$. & piu.

somma 9349 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{0}\frac{1}{0}\frac{7}{0}$. & piu.

cioe 9349 $\frac{5}{6}$. & piu.

Onde posta c n. 153. c e. sarà 9349 $\frac{5}{6}$. & piu

192.

29376.

Circonferenza 176265.   Diametro 56099. & piu.

Diametro 56099.   Circonferenza manco di 176256

manco di 3 $\frac{7053}{56099}$. Rieuasi questo rotto a 497000. & c. esimi.

55713

389991

3955623000

70511470792. & piu

286910   80

64350

82510

264110

397140

444700

520070

151790

39592

Et se ancora vorremo trouare il lato, & ambito del 384. agono equiangolo circonscritto al Cerchio nel medesmo modo: noi imaginaremo l'angolo n e c. diuiso per mezo dalla linea e t, che

cosi

cosi la c t. sarà semilato del 384 agono, equilatero circõscritto al Cerchio. & considerato il triangolo n e c. la proportione della somma delli dui lati n e, e c. alla base n c. sarà come dal lato inferiore e c. alla parte inferiore c t. della base, ma noi sappiamo che posto c n. base 153. all'hora c e, lato inferiore sarà 9340 $\frac{5}{6}$. & piu; Onde con queste due linee c n. c e, che formano l'angolo retto

posto c n. 153. Sarà e c. 9349 $\frac{5}{6}$. & piu
9349 $\frac{5}{6}$.
9349
3116 $\frac{7}{6}$.
3116 $\frac{7}{2}$.
84141
37396
28042 25
84141
quadrato di c e. 87419383 $\frac{13}{36}$. & piu.
quadrato di c n. 23409
87442792 $\frac{13}{36}$. & piu.
9 3 5 1
644
9527
20292
e n. 9351 1501 $\frac{15}{36}$ esimo
di 18703. & piu.
e c. 9349 $\frac{5}{6}$. & piu.
somma 18700 $\frac{11}{12}$. & piu.
posta c t. 153. Sarà e c. 18700 $\frac{11}{12}$. & piu.

Ambito del 384. agono   Diametro e c.
58752   18700 $\frac{11}{12}$. & piu
ouero 705024   224411. & piu.
Diametro 224411. Circõferenza manco di 705024
La proportione della circonferenza al diametro è minore di 3 $\frac{31791}{224411}$. Questo rotto si riduca a 49700. & c. esimi
222537
1557759
224411 15900127
70407096. & piu
913570 1. manco
1592600
2171300
1526010

n e. trouaremo la n e. opposta a detto angolo retto essere 9351 $\frac{11}{12}$. & piu, però la somma di c e, & n e, sarà 18700 $\frac{11}{12}$. & piu; onde la proportione delli lati n e, e c, alla base n c, & consequentemente de la linea e c, alla linea c t, sarà come da 18700 $\frac{11}{12}$. & piu a 153. perilche posto c t. semilato del 384. agono 153. all'hora e e, semidiametro del Cerchio sarà 18700 $\frac{11}{12}$. & più, & però dal semidiametro cotale al lato totale sarà maggiore proportione, che di 18700 $\frac{11}{12}$. a 153. ma essendo il lato del 384. agono 153. l'ambito d'esso sarà 58752. però quando l'ambito del 384. agono sia 58752. all'hora il diametro del Cerchio eccederà 18700 $\frac{11}{12}$. & riducendo questa conuenienza a intieri, moltiplicando ciascuno di questi dui numeri per 12. che faranno 705024. & 224411. diremo che quando l'ambito del 384. agono sia 705024. all'hora il diametro del Cerchio sarà piu di 224411. & conuersamente quando il diametro del Cerchio fusse solamente 224411. & non piu, all'hora l'ambito del 384. agono non arriuaria a 705024 & però tanto manco vi arriuaria la circonferenza del Cerchio (che è minore dell'ambito della figura detta circonscrittali) onde la proportione della circonferenza al diametro sarà minore che di 705024. a 224411. cioe che di 3 $\frac{31791}{224411}$. ad 1. & riducendo il rotto $\frac{31791}{224411}$. a denominatore contenuto da 497. & quanti zeri di piu ci venga comodo, egli non arriuarà a $\frac{704071}{4970000}$. però potremo dire, che la proportione della circonferenza al diametro del suo Cerchio è minore che di 3 $\frac{704071}{4970000}$. ad 1. ò vogliamo dire che di 15614071. a 4970000. perilche quando il diametro sia 4970000. all'hora la circonferenza non può arriuare a 15614071.

Et cosi conosciamo che dall'hauer trouato con diligenza la proportione propinqua dell'ambito del 96. agono al diametro del Cerchio al quale esso 96. agono si circonscriuesse, potiamo non solo dire con Archimede, che la proportione della circonferenza al diametro del suo Cerchio è minore di tripla sesquisettima, ò vogliamo dire che di 15620000 a 4970000. ma anco minore che di 15619275. a 4970000. Anzi mediãte il lato del 192. agono conosciamo ella essere anco minore che di 15615115 al medesmo 4970000. Et piu ꝓpinquamẽte mediãte il lato del 384. agono, potiamo dire ella essere anco minore che di 15614071. all'istesso 4970000. Et però hora sappiamo, che quando il diametro del Cerchio è 4970000. all'hora la sua circonferenza non solo non arriuarà a 15620000. ma ne anco potrà arriuare a 15614071. Et perche questo 15614071. e piu vicino a 15610000. (che contiene il diametro 4970000. volte 3 $\frac{10}{71}$.) che egli non è a 15620000. (che contiene il diametro istesso volte 3 $\frac{1}{7}$.) conosciamo che la proportione di 3 $\frac{10}{71}$.

che egli non è a 15620000. (che contiene il diametro istesso volte $3\frac{1}{7}$.) conosciamo che la proportione di $3\frac{10}{71}$. (minore della vera incognita) è piu propinqua alla detta vera, che non è la proportione di $3\frac{1}{7}$. maggiore della medesma vera incognita.

Ancora si può conoscere che la proportione, quale Tolomeo nel sesto libro dell'Almagosto suppose essere fra la circonferenza, & il diametro del suo Cerchio, cioè come di gradi 3. minuti 8. secondi 30. a gradi 1. è molto propinqua al vero, poiche essendo il suo denominatore $3\frac{17}{120}$. quãdo il diametro si pona 4970000. all'hora la circonferenza saria $15614083\frac{1}{3}$. qual numero, perche è maggiore di 15614071. trouato mediante il 384. agono, si vede essere maggiore del vero; poiche se la circonferenza non può arriuare a 15614071. tanto manco arriuarà a $15614083\frac{1}{3}$. onde siamo sicuri che detta proportione di gradi 3. minuti 8. secondi 30. a grado 1. è maggiore della vera incognita, ma molto propinqua ad essa, & oltre di ciò è molto comoda, & facile da vsare nelle operationi. Et se alcuno dissentisse da Archimede, parendogli che la sua proportione tripla sesquisettima, cioe di $3\frac{1}{7}$. fusse minore del vero, & che douesse arriuare alla potentialmente decupla, ò ad altra; Egli tanto piu verria a dissentire da Tolomeo, che la suppose solo di $3\frac{17}{120}$. cioe minore di $3\frac{1}{7}$. in $\frac{1}{840}$. (& pure ancora questa di $3\frac{17}{120}$. s'e conosciuta esser maggiore della vera incognita.) Però con salda attentione, & diligenza conuien sempre farsi il studio ne i scritti de' Matematici, & in particolare di Archimede, & Tolomeo, de i quali dui gran lumi sarà sempre cosa laudeuolissima, & honoratissima il ragionarne con somma modestia, & amore, poiche risguardando alle immense dottrine da loro lassateci, ad vtile, & ornamento vniuersale, conosciamo che deuono essere sõmamente ammirati, & amati da tutte le genti in tutte le età.

Hora seguendo a trouare cõ diligenza l'ambito delle figure sopradette inscritte nel Cerchio, vsando il modo d'Archimede. Pigliando per fondamento i suoi numeri 1560. & 780. Posto il diametro a c. del Cerchio essere 1560. & però la linea c b lato dell'Esagono Equilatero inscrittoli 780. noi mediante queste due linee nel triãgolo rettãgolo a b c, trouaremo la restante linea a b, essere ℞ 1825200. & però non arriuare a 1351. Onde la somma di a b, & a c. non arriuarà a 2911

c b. 780
782
il suo quadrato 608400
3
a b. ℞ 1825200
cioe quasi 1 3 5 1
1352
270 2700
a b. manco di 1351
a c. 1560
somma manco di 2911
posta g c. 780. sarà
g a. manco di 2911.
2911
il suo quadrato 8473921. & manco
quadrato di g c. 608400.

quadrato di a c. 9082321. & manco.
3 0 1 3
823
$612\frac{2221}{4151}$.
a c. manco di $3013\frac{1076}{4012}$. ma anco piu prossimo al vero potiamo dire essa a c, esser manco di $3013\frac{3127}{4800}$. perche il suo quad. eccede il vero in manco che non fa il quad. di $3013\frac{1076}{3012}$.
$3013\frac{3107}{4800}$.
$3013\frac{3107}{4800}$.
42991
9921
9063991
$4151\frac{1101}{2400}$.

a g. manco di 2911.
a c. manco di $3013\frac{3107}{4800}$.
somma manco di $5924\frac{3107}{4800}$.

Posta h c. 780
sarà h a. manco di $5924\frac{3107}{4800}$.
$5924\frac{3107}{4800}$.
41468
17772
17772
195906.68
$8162\frac{1868}{2400}$.
142176
53316
28620

23149
9921
9921
10936249
11208000
16812
28869049
23040000
5829049

Onde posta l c. 66. all'hora a l. sarà manco di 2016 $\frac{101}{1101}$.

2016 $\frac{101}{1101}$.

2016   10201
2016   9
203616   9 $\frac{202}{1101}$.
407232   è manco di
369   9 $\frac{1}{4}$.
7693   1101
10872
369 $\frac{953}{1101}$.   2889
32256   9 $\frac{1}{4}$.   28
4032   1101   2917
3303

il quadrato di a l. è manco di 4064625 $\frac{2017}{2203}$.
il quadrato di l c. è 4356
il quadrato di a c. è manco di 4068981 $\frac{2917}{3303}$.

2017
689
402   28881

a c. è manco di 2017. 692 $\frac{2917}{3303}$. esimo di 4034. Ma è ancora manco di 2017 $\frac{6871}{40000}$. perche questo moltiplicato in se medesmo supera il 4068981 $\frac{2917}{3303}$.

2017
6871
116807
13742
1385.8807

2000 | 692 $\frac{15880}{20000}$, questo da se supera 692 $\frac{2917}{3303}$. però tanto più lo superarà giontoli il quadrato di $\frac{3870}{40000}$.

Lato del 96. agono. 66.
96.

Ambito del 96. agono. 6336.   Diametro del Cerchio manco di 2017 $\frac{7871}{40000}$.
Ambito 25344000.   Diametro manco di 80686871.
Diametro 80686871.   Circonferenza piu di 253440000.
La proportione della Circonferenza al Diametro è più 3 $\frac{11370387}{80686871}$.

2911. perilche posto g c. 780. all'hora g a. sarà manco di 2911. Et con queste due linee g c, g a. che formano l'angolo retto c g a, nel triangolo rettangolo c g a, trouaremo la c a, opposta ad esso angolo retto essere manco di 3013 $\frac{3307}{4800}$. Onde la somma di g a, & a c, non arriuarà a 5924. $\frac{3367}{4860}$. perilche posto h c. 780. all'hora h a. sarà manco di 5924 $\frac{3358}{4800}$. Et con queste due linee h c. & h a, che nel triang. rettang. c h a. formano l'ang. retto c h a. trouaremo la c a, opposta a detto ang. retto essere manco di 5975 $\frac{0733}{1183 5}$. Et pigliando li $\frac{4}{13}$. di ciascuna di queste tre quantità, per conformarci con la operatione d'Archimede, elle douentaranno h c. 240. h a, manco di 1822. 4701 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$. esimo di 4800 & a c. mando di 1838 $\frac{4}{10}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{1}{3}$. Onde la somma di h a, & a c, sarà manco di 3661 $\frac{2583121}{3738400}$. perilche posto K c. 240 all'hora K a. sarà manco di 3661. $\frac{2583121}{3738400}$. Et pigliando li $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{0}$. di ciascuna d'esse per conformarci con la operatione d'Archimede, douentando la K c. 66. all'hora K a. sarà manco di 1006 $\frac{1430058311}{1401100000}$. Hora con queste due linee k a, K c, che formano l'angolo retto c K a, nel triangolo rettangolo c K a, trouamo la c a, opposta a detto angolo retto, & vedremo che ella non arriua a 1009 $\frac{382}{3072}$. perilche la somma di K a. & a c. sarà manco di 2016 $\frac{1}{1}$ $\frac{01}{81}$. onde posto l c, 66. all'hora l a, sarà manco di 2016 $\frac{101}{1011}$. Hora con queste due linee l a. l c, che formano l'angolo retto c l a, nel triangolo rettangolo c l a, trouaremo la c a, opposta a detto angolo retto, & vedremo che ella non arriua a 2017 $\frac{6871}{40000}$. Ma c a, è il diametro del Cerchio, & c l, è il lato del 96. agono equilatero da inscriuere in esso Cerchio, però essendo il lato del 96. agono 66. l'ambito suo verrà ad essere 6336. Onde quando l'ambito del 96. agono è 6336 all'hora il diametro del Cerchio è manco, ò vogliamo dire non arriua a 2017 $\frac{6871}{40000}$. Et moltiplicando ciascuno di questi dui num. per 40000. (acciò ne resultino dui numeri intieri, che ritenghino la istessa conuenienza fra loro) che fanno

no 253440000.& 80686871.potremo dire che quando l'ambito del 96.agono sia 253440000. all'hora il diametro del Cerchio non arriuarà a 80686871. Periche conuersamente quãdo il diametro del Cerchio si ponesse essere 80686881.all'hora di necessità l'ambito del 96.agono,& cõsequentemente la circonferenza del Cerchio (che è maggiore dell'ambito del 96. agono equilatero inscrittoli) passaria,ò vogliamo dire saria maggiore di 253440000. però la proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro sarà maggiore che di 253440000.a 80686871. cioe che di $3\frac{11379187}{80686871}$. ad 1. Et riducendo q̃sto rotto a denominatore contenuto da 497.& quãti zeri di più ci vẽga comodo egli sarà alquãto magg. di $\frac{70092634265121}{497000000000000}$. Onde tanto maggiormente si potrà dire, la proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro esser maggiore che di $3\frac{70092634265121}{497000000000000}$.ad 1.quale è maggiore che di $3\frac{10}{71}$.ad 1.(poiche $\frac{10}{71}$. sono soli $\frac{7000}{49700}$.&c.) Et però quando il diametro del Cerchio sia 497000000000000. all'hora la sua circonferenza conuiene che sia più di 1561092634265121.

Conosciamo dunque mediante i fondamenti d'Archimede, seruendoci solamente dell'ambito del 96.agono equiangolo da circonscriuere al Cerchio,& dell'ambito del 96. agono equilatero da inscriuerli,che non solo quando il diametro del Cerchio sia 497000000000000.all'hora la sua circonferenza è maggiore di 156 1000000000000.ma minore di 1562000000000000.Ma che anco alquanto più diligentemente, ò propinquamente si può dire, che essendo il diametro del Cerchio l'istesso 497000000000000. all'hora la sua circonferenza sarà tra 1561092634265121. & 1561929468388490. cioe, che ella sarà maggiore di 1561092634265121. ma non arriuarà a 1561929468388490.

Riducasi $\frac{11379187}{80686871}$.a 497000.&c.esimi.

```
 79655709
557589963
.565555339000
sarà      70092634265121.& più.
   747436900
   212350610
    511768690
     276494740
      344119270
       213917860
        525441180
         413199540
          97651850
          169649790
           82760480
```

Et però fin hora mediante il 384.agono equiangolo da circonscriuere al Cerchio, & il 96. agono equilatero da inscriuerli, conosciamo, che quando il diametro del Cerchio è 497000000000000. all'hora la circonferenza del Cerchio non arriua a 1561417100000000.ma passa, ò supera 1561092634265121.

Et se ancora vorremo trouare l'ambito del 192.agono,& del 384.agono equilateri da inscriuersi nel Cerchio(poiche anco trouammo l'ambito delli simili 192.agono,& 384.agono equiangoli da circonscriuere al Cerchio)nel medesmo modo,noi quanto al 192 agono,sapendo che quãdo la retta c l.lato del 96 agono è 66.all'hora la retta a l.sarà mãco di 2016.$\frac{1101}{1101}$. & a c, diametro del Cerchio sarà manco di 2017$\frac{6871}{43000}$. sapiemo che la somma di a l,& a c,sarà manco di 4033$\frac{11604071}{44040000}$. Hora imaginaremo l'angolo l a c,diuiso per mezo dalla linea a m. (che anco viene a diuidere l'arco l c, similmente per mezo per la vltima del sesto d'Euclide) & che anco sega la retta c l,nel punto t.& tiraremo la retta c m. (che cosi essendo l'arco c m eguale,all'arco m l,& però ciascun d'essi la metà d'vna delle 96.parti eguali della circonferenza, & però ciascun d'essi vna delle 192. parti eguali della circonferenza, ne seguirà, che la corda, ò linea retta sottotendente a ciascun d'essi sia il lato del 192. agono equilatero da inscriuere nel Cerchio) questa c m. sarà il lato del 192. agono da inscriuere nel Cerchio, & per essere l'arco m l.eguale all'arco m c,ne segue per la 27.del terzo d'Euclide,che l'angolo m c l.fatto nella circonferenza sia eguale all'angolo m c a, fatto pure nella circonferenza del medesmo Cerchio, onde considerato nelli dui triangoli rettangoli a m c, & t m c, che oltre l'angolo retto t m c,commune,lo m a c,dell'vno è eguale all'm c l,ò vogliamo dire m c t,dell'altro,& però il restante angolo m c a, dell'vno, al restante angolo m c t, dell'altro, ne segue che essi dui triangoli siano equiangoli, & di lati proportionali; periche la proportione di a m, lato mezano dell'vno, all'm c, lato mezano dell'altro, sarà come da a c, lato maggiore dell'vno, al c t,lato maggiore dell'altro;ma ancora da lla somma di a l.& a c,che è manco di 4033$\frac{11604071}{44040000}$.ad l c,che è 66.è medesmamente come da a c,à c t, (perche essendo diuiso l'angolo l c a.per mezo nel triangolo l a c, ne segue per la prima parte della terza propositione del sesto libro de gl'Elementi d'Euclide,che dal lato superiore a l,all'inferiore à c,sia come dalla parte l t,superiore della base, alla parte c t, inferiore, & coagiuntamente come dalla somma de'lati a l,& a c,al lato inferiore

a c, sia com: dalla somma di l t, & c t. parti della base, cioe dalla l c, base totale alla parte inferiore t c, & permutatamente dalla somma de' lati l a, a c, alla base l c, come dal lato inferiore a c, alla parte della base inferiore c t.) però da a m, ad m c, sarà come dalla somma di a l, & a c, ad l c; & però come da manco di $4033 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{6}{0} \frac{0}{4} \frac{4}{0} \frac{0}{0} \frac{7}{0} \frac{1}{0}$. a 66. Onde posto m c. lato del 192 agono 66. all'hora a m, sarà manco di $4033 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{6}{0} \frac{0}{4} \frac{4}{0} \frac{0}{0} \frac{7}{0} \frac{1}{0}$. perilche all'hora la a c, opposta all'angolo retto a m c, da loro contenuto verrà ad essere mãco di $4033. \frac{6}{8} \frac{4}{0} \frac{8}{6} \frac{1}{6}$. Onde quando il lato del 192. agono da inscriuere al Cerchio sia 66. & però l'ambito 12672. all'hora il diametro sarà manco di $4033 \frac{6}{8} \frac{4}{0} \frac{8}{6} \frac{1}{6}$. Et moltiplicando ciascuno di questi dui nnmeri per 8066. (accioche ne resultino dui numeri intieri, che ritenghino la istessa conueniẽza fra loro) che fanno 102212352. & 32536659. potremo dire, che quando l'ambito del 192. agono sia 102212352 all'hora il diametro del Cerchio non arriuarà a 32536659. Perilche conuersamente quando il diametro del Cerchio si ponesse essere 32536659. intieramente, all'hora di necessità l'ambito del 192. agono, & consequentemente la circonferenza del Cerchio (che è maggiore dell'ambito del 192. agono equilatero da inscriuerli) passaria, ò vogliamo dire saria maggiore di 102212352. però la proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro sarà maggiore, che di 102212352. a 32536659. cioe che di $3 \frac{1}{7} \frac{5}{0} \frac{3}{8} \frac{4}{4} \frac{1}{5} \frac{3}{5} \frac{5}{7} \frac{}{4}$. ad 1. Et riducendo questo rotto a denominatore contenuto da 497. & quanti zeri di più ci venga comodo, egli sarà alquanto magg. di $\frac{7}{4} \frac{0}{0} \frac{6}{7} \frac{3}{0} \frac{0}{0} \frac{1}{0} \frac{6}{0} \frac{3}{0} \frac{6}{0} \frac{5}{0} \frac{3}{0} \frac{2}{0} \frac{1}{0}$. Onde tanto piu si putrà dire la proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro esser maggiore, che di $3. \frac{7}{4} \frac{0}{0} \frac{3}{7} \frac{0}{0} \frac{1}{0} \frac{6}{0} \frac{3}{0} \frac{5}{0} \frac{5}{0} \frac{3}{0} \frac{2}{0} \frac{5}{0}$. ad 1. Et però quãdo il diametro del cerchio sia 497000000000000. all'hora la sua circonferenza conuien che sia più di 1561301-6365325.

Posta c l. 66. sarà
a l. manco di $2016 \frac{1}{1} \frac{0}{1} \frac{1}{0}$. $\quad 4 \frac{6}{0} \frac{8}{0} \frac{7}{0} \frac{1}{0}$.
a c. manco di $2017 \frac{}{} \frac{0}{0} \frac{7}{0} \frac{1}{0}$. $\quad$ 6871
la somma è manco di $4033 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{6}{0} \frac{0}{4} \frac{4}{0} \frac{0}{0} \frac{7}{0} \frac{1}{0}$. $\quad$ 75581

4040000

11604071

Posta m c, 66. sarà m a, manco di $4033 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{6}{8} \frac{0}{4} \frac{4}{0} \frac{0}{0} \frac{7}{0} \frac{1}{0}$.

4033 ...

34814913

34814913

46419884

2202000 $\quad$ 4680284.8043

2125

2760

5608

11044

questo rotto $\frac{1}{2} \frac{0}{2} \frac{3}{0} \frac{4}{2} \frac{8}{0} \frac{0}{0} \frac{5}{0} \frac{3}{0}$. con il quadrato del rotto accompagnato al 4033. (che per essere poco più d' $\frac{1}{4}$. produrrà poco più d' $\frac{1}{6}$.) nõ arriuarà $12 \frac{4}{7}$. esimo di 22. cioe a $\frac{4}{7}$. però haueremo manco di $1225 \frac{4}{7}$.

$2325 \frac{4}{7}$.

16265089

Il quadrato di m a, è manco di $16267214 \frac{4}{7}$.
Il quadrato di m c; è $\quad$ 4356
Il quadrato di a c, è manco di $16267214 \frac{4}{7}$

4033

80 $\quad$ 271.5

6 $\quad$ 3067.0

6481

8066

Il quad. di questo rotto $\frac{4}{7}$. è più di $\frac{1}{2} \frac{6}{5}$. però supera il $\frac{4}{7}$. rotto accompagnato al 16271570. onde la rad. d'esso numero totale non arriuarà a $4033 \frac{6}{8} \frac{4}{0} \frac{8}{6} \frac{1}{6}$. & però a c, sarà manco di $4033 \frac{6}{8} \frac{4}{0} \frac{8}{6} \frac{1}{6}$. quando m c. sia 66.

m c. lato del 192. agono è 66.
192.
l'ambito suo è 12672.
8066.
76052.
76032.
101376.
ambito 102212352

Il Diametro a c, è manco di $4033 \frac{6}{8} \frac{4}{0} \frac{8}{6} \frac{1}{6}$.
32530178
manco di 32536659
sarà il Diametro.

Essendo il Diametro $\quad$ 32536659
La circonferenza sarà più di 102212352
La proportione della circonferenza al Diametro è più di $3 \frac{4}{3} \frac{6}{2} \frac{0}{5} \frac{3}{3} \frac{3}{6} \frac{7}{9} \frac{5}{5} \frac{}{0}$. cioe più di $3 \frac{1}{1} \frac{5}{0} \frac{3}{8} \frac{4}{4} \frac{1}{5} \frac{}{5} \frac{}{7} \frac{}{2}$. Questo rotto ridurremo per comodità a 497000. & c, esimi.

Ri-

Et feguendo a trouare il lato del 384.agono da inſcriuere nel Cerchio, conſideraremo che poſta m c, lato del 192. agono 66. all'hora a m. è manco di 4033 $\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{6}{0}\frac{0}{4}\frac{4}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$. & a c, manco di 4033 $\frac{6}{8}\frac{4}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$. però la ſomma di m a, & a c, ſarà manco di 8067 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{0}{7}\frac{0}{0}\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{4}{3}\frac{8}{2}\frac{0}{0}\frac{4}{0}\frac{3}{0}$. Et diuiſo l'angolo m a c, per mezo con la linea a n, (che ſega la m c, in u,) quale peruenendo alla

Riducaſi $\frac{3}{1}\frac{5}{0}\frac{3}{8}\frac{4}{4}\frac{1}{1}\frac{2}{5}\frac{5}{5}\frac{}{3}$.a 497000.&c.eſimi.

10738875
75172125
762460125
faranno 703016365325.& più.
32714150
17749100
69035470
39621520
70848610
57151920
35251550
27149910
5457804

Poſta m c, lato del 192.agono 66. all'hora ſarà a m. manco di 4033 $\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{6}{0}\frac{0}{4}\frac{4}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$.
a c. manco di 4033 $\frac{6}{8}\frac{4}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$.
Somma mãco di 8067 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{0}{7}\frac{0}{0}\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{4}{3}\frac{8}{2}\frac{0}{0}\frac{4}{0}\frac{3}{0}$.

11604971 6381
44040000 8066
69619826
69619826
92839768
32264 259240000
354904 285161
355226650000 3790 8936086
23802296086
11901148043
177613320000

Poſta n c, lato del 384.agono 66.all'hora ſarà n a, manco di 8067 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{0}{7}\frac{0}{0}\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{4}{3}\frac{8}{2}\frac{0}{0}\frac{4}{0}\frac{3}{0}$.
8067 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{0}{7}\frac{0}{0}\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{4}{3}\frac{8}{2}\frac{0}{0}\frac{4}{0}\frac{3}{0}$.

83308036301
71406888258
95209184344
88806666000 96966561262581
3081
71990012
9536846

queſto rotto $\frac{6}{8}\frac{5}{8}\frac{6}{8}\frac{1}{0}\frac{8}{6}\frac{0}{6}\frac{2}{6}\frac{8}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$. con il quadrato del rotto accompagnato all'8067. che (per eſſere manco d' $\frac{1}{1}\frac{1}{4}$. non arriua a $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. non ſommaranno, ò non arriuaranno in tutto ad $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. però haueremo manco di 1081 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.

1081 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
56469
48402
64536
il quad. di n a. è mãco di 65077570 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
il quad. di n c, è 4356
il quad. di a c. è mãco di 65081926 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
8 0 6 7
160 1081.9
1612 118326
5437
16134

Il quadrato di queſto rotto ſupera l' $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. accompagnato al 6508 1926. però la radice di tutto eſſo numero è manco di 8067 $\frac{1}{1}\frac{4}{0}\frac{3}{1}\frac{7}{3}\frac{}{4}$ cioe a c, non arriua a 8067 $\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{3}{1}\frac{7}{3}\frac{}{4}$. quando n c. ſia 66.

circonferenza in n, ſega anco l'arco m c, per mezo, & però tirata la retta c n, ella ſarà il lato del 384.agono da inſcriuere nel Cerchio onde argumentado come di ſopra vedremo, che da a n, ad n c, lato del 384. agono ſarà come da detta ſomma (cioe da manco di 8067 $\frac{4}{1}\frac{1}{7}\frac{0}{7}\frac{0}{6}\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{}{3}$ $\frac{4}{2}\frac{0}{0}\frac{8}{0}\frac{4}{0}\frac{3}{0}$. ad m c. (cioe a 66.) onde poſto n c. (lato del 384 agono 66. all'hora a n ſarà manco di 8067 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{0}{7}\frac{0}{0}\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{4}{3}\frac{0}{2}\frac{8}{0}\frac{5}{0}\frac{3}{0}$. & perciò il diametro a c, che nel triangolo rettangolo a n c, s'oppone all'angolo retto a n c, contenuto da dette due linee a n, & n c, verrà ad eſſere manco di 8067 $\frac{5}{1}\frac{4}{6}\frac{3}{1}\frac{7}{3}\frac{}{4}$. perilche quando il diametro a c, ſi voleſſe fare arriuare ad 8067. $\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{3}{1}\frac{7}{3}\frac{}{4}$. all'hora la n c, lato del 384. agono ſaria alquanto più di 66. & l'ambito d'eſſo 384. agono, ſimilmente ſaria più di 25344. & conſequentemente la circonferenza del Cerchio (che è maggiore dell'ambito del 384. agono equilatero da inſcriuerli) ſaria più di detto 25344. & moltiplicando ciaſcuno di queſti dui numeri per 16143. (accioche ne riſultino dui intieri, che ritenghino la iſteſſa conuenienza fra loro), che fanno 130158415. & 408900096. potremo dire, che quando il diametro del Cerchio ſia 130158415. all'hora la ſua circonferenza ſarà più di 408900096. & però la proportione della circonferenza del Cerchio al ſuo diametro ſarà maggiore, che di 408900096. a 130158415. cioe che di 3 $\frac{1}{1}\frac{8}{3}\frac{4}{0}\frac{2}{1}\frac{4}{3}\frac{8}{8}\frac{5}{4}\frac{1}{1}\frac{}{3}$. ad 1. Et riducendo queſto rotto a denominatore contenuto da 497. & quanti zeri di più ci venga comodo egli ſarà

ſarà

ra $\frac{7035389}{49700000}$.& più. Onde tanto maggiormente si potra dire la proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro esser maggiore che di $3\frac{7035389}{49700000}$. ad 1. Et però quando il diametro del Cerchio sia 49700000. all'hora la sua circonferenza conuien che sia più di 156135389.

n c. lato del 384 agono 66.

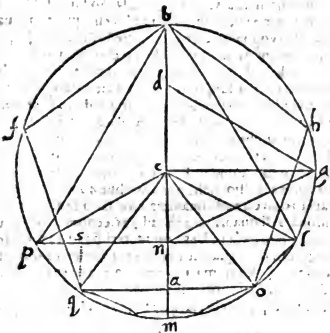
384.	
Ambito del 384. agono 25344.	Diametro a c manco di $8067\frac{5427}{16134}$.
16134	112934
101376	96804
3229472	129072
405504	Diametro a c, manco di 130158415
Ambito del 384. agono 403900096	

Quando il diametro arriua a 130158415
La circonferenza è piu di 408900096
Però la proportione della circonferenza al diametro e maggiore di $3\frac{18424851}{130158415}$.
Quasto rotto accompagnato al 3. si riduca a 497000.&c. esimi.

128973957
902817699
915715094700
faranno 7035389 & più.
470618970
701437250
309451750
1159765050
1184977300

Ma di sopra mediante il 384. agono equiangolo da circonscriuere al Cerchio habbiamo veduto, che quando il diametro sia l'istesso 49700000. all'hora la sua circonferenza non può arriuare a 156140710. però la ueniamo ad hauer chiusa fra questi dui numeri 156135389. & 156140710. Concludendo. che quando il diametro d'vn Cerchio sia 49700000. all'hora la sua circonferenza non arriuarà a 156140710. ma sara ben maggiore di 156135389.

Ancor a per far piacere, & giouamento alli Studiosi hò preso fatica di mostrare come proposto vn Cerchio, & dato il numero del diametro d'esso si possa trouare la lunghezza del lato del quindecagono regolare da inscriuerli; & anco del quindecagono simile da circonscriuerli; però prima Geometricamente, nel Cerchio proposto inscriueremo il quindecagono regolare, vn lato del quale sia la linea p q. & poi verremo alla inuentione della lunghezza d'essa per numero nel modo seguente, supponendo che la lunghezza data del diametro b m, sia 4.

CONsiderato il triangolo equilatero b p l. inscritto nel Cerchio, la perpendicolare del quale è la b n, che è li $\frac{3}{4}$ del diametro (per la dottrina della 12. del 13 d'Euclide) (essendo sempre n m, restante del diametro, eguale alla n c. che con essa m n, constituisce il semidiametro m c.) sapremo che detta b n, è 3. hauendo supposto la b m, diametro essere 4. Et perche il quadrato del semilato p n. cauato dal quadrato del lato b p, a lui doppio in lunghezza, & però quadruplo in potenza, resta il quadrato della perpendicolare b n; conosciamo che quando il quadrato di p n, è 1. all'hora il quadrato di b p. è 4. & però il quad. di b n, resta 3. cioe che quando il quad. di b n. è 3. all'hora il quad. di p n. è 1. ò uogliamo dire, che il quad. del semilato p n; è sẽpre la terza par. del qu. della perpendicolare b n; onde perche la b n, è 3. & il suo quadrato è 9. & la terza parte di 9. è 3. ne segue che il quadrato di p n, sia 3. & però la lunghezza di detta p n; sia la ℞ di 3. & consequentemente il lato totale p l. del triangolo equilatero sia 2. volte ℞ 3. cioe sia ℞ 12. Veniamo hora a vedere quanto è per numero il lato del pentagono equilatero inscritto nel medesmo Cerchio, che sappiamo essere eguale alla retta d g mostrata dependere dalla n g, che depẽde dalla n c. & c g; però diremo c g. semidiametro è 2. & c n, mita d'esso semidiametro è 1. li loro quadrati 4, & 1. gionti insieme fanno 5. & q̃sto e il quad. di n g; pero essa n g, sara rad. 5. & il medesmo rad. 5. sara la n d; ad essa n g. presa eguale; onde essendo la parte n c. 1. la restante parte c d. sara rad. 5 m̃. 1. il suo quadr. e 6. m̃. rad. 20. quale gionto a 4. quadr. di c g. fa 10. m̃ rad. 20. & questo e il quadr. di d g; onde essa d g. sara la rad. di detta quantita 10. m̃ rad 20. cioe sara la rad. L. 10. m̃. rad. 20. ⅂. per il che sappiamo il lato del pentagono inscritto, e però la linea q o. vno d'essi lati, essere ℞. L 10. m̃ ℞. 20 ⅂; & la sua mita q a. essere rad. L 2 $\frac{1}{2}$. m̃ ℞. 1 $\frac{1}{4}$ ⅂. Hora dal punto q. alla p n, tirata la perpendicolare q s, che sara eguale, & equidestãte alla n a. come anco lo n s; sara non solo equidestante, ma anco

Inscritto nel Cerchio triaugolo equilatero b p l; che ciascuno de' suoi lati sottotende a dui lati dell'esagono, e ciascun lato dell'esagono è eguale al semidiametro del Cerchio; & dalla istessa cima ò punto b, inscritto nell'istesso Cerchio al pentagono equilatero b f q o h; Ciascun lato del quale sara eguale alla linea d g. quale si troua cosi; Diuiso il semidiametro c m in due parti eguali in n; & dal centro c, tirato il semidiametro c g; perpendicolare al diametro b m; & considerata la linea retta, o distanza n g; & a quella eguale, presa la n d; il punto d, sara sul diametro termine della linea o distanza d g, detta, che è lato del pentagono da inscriuere nel cerchio proposto, la retta b p; sara corda della terza parte della circonferenza; Et la b f, come anco la f q, sara corda della quinta parte della circonferenza; onde l'arco b q, sara li $\frac{2}{5}$. della circõferenza; onde l'arco b p; sara l' $\frac{1}{3}$. della circonferenza, però l'arco p q; differenza di b p, al b q; sara la differenza di $\frac{1}{3}$. a $\frac{2}{5}$. cioè $\frac{1}{15}$. della circonferenza, onde la retta p q. sottotendente ad esso arco sara il lato del quindecagono inscritto al cerchio.

Q eguale

eguale alla q a; consideraremo il triangolo rettangolo q s p; del quale il lato p q. opposto all'angolo retto è il lato del quindecagono, che cerchiamo hauer noto; ma il quadr. d'essi è eguale alla somma delli quadrati di p s, & q s. però per sapere quanto sia essa somma, vedremo di trouare la quantita di ciascuna d'esse linee p s. & q s; Et quanto alla p s. ella è la differēza del semilato del pentagono al semilato del triangolo; però cauato rad. L 2 $\frac{1}{2}$. m̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$ ⌉. da rad. 3. che resta rad. 3. m̄ rad. L 2 $\frac{1}{2}$. m̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$ L questo restante è la lunghezza di p. s. Et per la q. s. & però per la n a; a lei eguale; considerato il triangolo rettangolo c a q. mediante la notitia di c q. semidiametro, & di q a; semilato del pentagono, trouaremo la lunghezza del restante lato c a; cauando il quadr di rad. L 2 $\frac{1}{2}$. m̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. L q a, il quadr. della quale è 2 $\frac{1}{2}$. m̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. (cioè l'istesso numero sciolto dal legame di rad. L L.) dal quadr. di 2. c q. il quadr. della quale e 4. & resta 1 $\frac{1}{2}$. p̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. per il quad. di c a, però essa c a, sara la rad. di detto restante, cioe sara rad. L 1 $\frac{1}{2}$. p̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. L, o vogliamo dire (perche 1 $\frac{1}{2}$. p̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. è quantita quadrata, & la sua radice e rad. 1 $\frac{1}{4}$. p̄ $\frac{1}{2}$.) sara rad. 1 $\frac{1}{4}$. p̄ $\frac{1}{2}$. dalche leuata la sua parte c n, mita del semidiametro, che e 1. & resta rad. 1 $\frac{1}{4}$. m̄ $\frac{1}{2}$. questa sara la lunghezza della n a; restante parte, & però della q s. a lei eguale, & cosi sapremo la retta s q. essere rad. 1 $\frac{1}{4}$. m̄ $\frac{1}{2}$. Hora gionto il quadr. di questa s q. qual quadr. e 1 $\frac{1}{2}$. m̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. con il quadr. di s p; trouata essere rad. 3. m̄ rad. L 2 $\frac{1}{2}$. m̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. L qual suo quadr. e 5 $\frac{1}{2}$. m̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. m̄ rad. rad. L 30. m̄ rad. 180 L, & fanno essi dui quad. in somma, 7. m̄ rad. 5. m̄ ℞ L 30. m̄ ℞ 180 L. quello sara il quadr. di p. q. pero essa linea p q lato del quindecagono inscritto, sara la rad. d'essa quantita, qual rad. e rad L. 2 $\frac{1}{2}$. p̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. L m̄ rad. 3 $\frac{3}{4}$. m̄ rad. $\frac{3}{4}$.) o vogliamo dire, che e l'istesso, rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più ℞. 1 $\frac{1}{4}$. L p̄ ℞. 3 $\frac{3}{4}$. m̄ ℞. $\frac{3}{4}$. Et cosi sappiamo, che quando il diametro del cerchio sia 4 all'hora il lato del quindecag. inscrittoli sara rad. L 2 $\frac{1}{2}$. p̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. L. p̄ rad. $\frac{3}{4}$. m̄ rad. 3 $\frac{3}{4}$; Et se volessimo che il diametro del Cerchio fusse 4 milia, cioe mille volte il 4. supposto ancora il lato del quindecagono inscritto, li saria mille volte tanto, quanto habbiamo trouato, cioe saria rad. L. 2500000. p̄ rad. 1250000000000. L. p̄ rad. 750000. m̄ rad. 3750000. Et se volessimo, che il diamet. del cerchio fusse ancora mille volte tāto cioe mille volte 4. millia, che fa 4. mil. all'hora il lato del quindecag. inscrittoli saria mille volte essa quan. cioe saria ℞. L 2500000000000. p̄ rad. 1250000000000000000000000 L p̄ rad. 750000000000. m̄ rad. 3750000000000. Et se volessimo, che il diametro del Cerchio fusse 100. volte tanto, cioe cento volte 4. millioni, che pero sarebbe 400. millioni, all'hora il lato del qaindecagono inscrittoli saria 100. volte essa quantita, cioe saria rad. L. 25. quadriliara p̄ rad. 125. noueliara L p̄ rad. 75. centonara di quadriliara m̄ rad. 375. centonara di quadriliara, o vogliamo dire (desciuendola in altro modo) sara rad. 25. con 15. zeri, p̄ rad 125. cō 30. zeri. L. p̄ rad. 75. con 14. zeri, m̄ rad. 375. con 14. zeri, qual quantita ridotta a numero rationale prossima al vero, vedremmo che ella e 83164676 $\frac{3}{10}$. & più; ma non arriua a 83164676 $\frac{33}{100}$. Et cosi sapremmo, che quando il diametro del Cerchio sia 400. millioni, all'hora il lato del quindecagono īscrittoli sara 83164676 $\frac{3}{10}$. & 83164676 $\frac{3}{100}$. cioe sara 831640760. & alquāto più; ma non arriuara a 83164676 $\frac{3}{100}$.

Et se volessimo cercare la lunghezza del lato del quindecagono inscritto nel Cerchio, mediante le Tauole de' sini, poniamo mediante quelle del Monteregio calculate a 10. millioni di sino totale o semidiametro; noi considerareſſimo, che essendo il lato del quindecagono corda, che sottotende al quindiciesimo della circonferenza del Cerchio, cioe a gradi 24. la sua mita sara il sino retto della mita d'esso arco, cioe saria sino retto di gradi 12. & in esse Tauole nella colonna seruiente a gradi 12. d'arco, vi è scritto 2079117. per sino ad esso corrispondente; & questo e la mita della corda di gradi 24. cioe il semilato del quindecagono, pero il lato totale uerria ad essere 4158234. quando pero il semidiametro, che e sino totale sia 10. millioni; cioe che il diametro sia 20. millioni; ma ponendolo 400. millioni, cioe 20. volte tanto il lato il quindecagono sara ancora 20 volte esso 4158234. trouato, cioe saria 83164680; il che e molto propinquo al numero mostratoci dalla operatione geometrica superiore; che lo eccede di poco; & cosi siamo sicuri ancora che in questa parte le Tauole de' sini sono molto diligenti, & che eccedono il vero sino incognito di quantita si puo dire insensibile. Che se ponessimo il diametro del Cerchio solo 20. millioni, che e l'$\frac{1}{20}$. di 400. millioni, all'hora il lato del quindecagono inscritto saria l'$\frac{1}{20}$ del numero geometricamente trouato, & pero il semilato (ch'e il sino retto dell'arco di gradi 12. quando il sino totale, o semidiametro e 10. millioni, come suppongono le Tauole) verria ad essere l'$\frac{1}{40}$. del numero detto trouato geometricamente, onde partito 83164676 $\frac{3}{10}$. & più; & anco 83164676 $\frac{33}{100}$. & meno, per $\frac{1}{40}$. che ne viene 2079116. 36. $\frac{3}{10}$. esimo di 40. & piu, & 2079116. 36. $\frac{33}{100}$. esimo di 40. & meno; sapressimo, che il sino retto corrispondente a gr. 12. detti, quando il sino totale e 10. millioni, deue essere fra questi dui numeri, 2079116 $\frac{363}{4000}$. & 2079116 $\frac{3633}{40000}$. & pero ponendolo le Tauole 2079117. lo pongono nel numero intiero, al vero propinquissimo.

e a rad L $1\frac{1}{2}$.piu rad. $1\frac{1}{4}$.L cioe il suo quad.è $1\frac{1}{2}$. piu radice $1\frac{1}{4}$. Trouisi se essa quantità ha R. & quanto è

quad.di $1\frac{1}{2}$. è $2\frac{1}{4}$. Il quad.di rad. $1\frac{1}{4}$. è $1\frac{1}{4}$.

La differenza loro è 1.che è numero quadr. & però la quantità proposta è quadrata la rad. di questa differenza è 1 che la sua mita è $\frac{1}{2}$.da giongere,& da cauare alla mita,& dalla mita d'$1\frac{1}{2}$. maggior nome di $1\frac{1}{2}$.piu rad $1\frac{1}{4}$.quantità proposta,cioe da giongere a $\frac{3}{4}$.che fa $1\frac{1}{4}$ & da cauare da $\frac{3}{4}$.che resta $\frac{1}{4}$.di ciascuno de' quali somma,& restante,cioe d'$1\frac{1}{4}$,& d'$\frac{1}{4}$.si piglia la radice che haueremo rad. $1\frac{1}{4}$.& $\frac{1}{2}$.quali due quantita si giongono insieme (perche la quantita proposta $1\frac{1}{2}$.piu rad. $1\frac{1}{4}$ di che si piglia la rad è binomio)& fanno ra. $1\frac{1}{4}$.piu $\frac{1}{2}$.che è rad. d'essa quantita proposta. p s.rad.3.meno rad.L $2\frac{1}{2}$.meno rad. $1\frac{1}{4}$ ⅂.moltiplichisi in se stessa.

Vi sono quattro moltiplicationi partiali,cioe di rad 3.via rad.3.che fa 3.della me.rad.L $2\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{1}{4}$.⅂,via la istessa meno rad L $2\frac{1}{2}$.me .rad. $1\frac{1}{4}$ ⅂ che fa $2\frac{1}{2}$. m̃ rad. $1\frac{1}{4}$. cioe la istessa quantita,che si moltiplica,sciolta dal legame di rad.LL. & è piu, perche meno via meno fa piu, & questo prodotto partiale con l'altro 3.partiale fa $5\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{1}{4}$.

Vi è anco la moltiplicatione di rad.3 via meno rad L $2\frac{1}{2}$.meno rad. $1\frac{1}{4}$.⅂,due volte, cioe del doppio di rad.3.che rad 12.via meno rad.L $2\frac{1}{2}$.me. rad. $1\frac{1}{4}$ ⅂.che si troua il prodotto sciogliendo ciascuna d'esse due quantita dal legame di rad.che cosi haueremo 12.&meno ($2\frac{1}{2}$.meno rad. $1\frac{1}{4}$)quali si moltiplicano insieme,& fa meno(30.meno rad.180.)e questo si lega come erano prima le quantita,cioe questo è rad. ⅂⅂, però per questo prodotto partiale haueremo meno rad. L 30.meno rad.180.⅂,quale con il $5\frac{1}{2}$.meno rad. $1\frac{1}{4}$ fa in tutto $5\frac{1}{2}$.meno rad. $1\frac{1}{4}$. meno rad. L 30.meno rad.180 L.& questo e il prodotto totale cercato,cioe il quad.di p. s.

diametro b m.4.

c n.mezo semidiametro.1.

b n.perpendicolare nel triangolo equilatero 3.

p l.lato del triangolo equilatero.rad.12.

p n.semilato del triangolo equilatero rad.3.

q o.lato del pentagono equilatero rad.L.10.meno rad.20 ⅂.

q a semilato del pentagono quilatero rad.L $2\frac{1}{2}$.meno rad. $1\frac{1}{4}$ ⅂.

c a.perpendicolare dal centro al lato del pentagono rad.L $1\frac{1}{2}$.p̃ rad. $1\frac{1}{4}$.⅂. ch'è rad. $1\frac{1}{4}$.p̃ $\frac{1}{2}$.

n a. rad. $1\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.

s q.rad. $1\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.

p s.rad.3 meno rad.L $2\frac{1}{2}$.meno rad. $1\frac{1}{4}$. L

quadr.di s.q. $1\frac{1}{2}$.m̃ rad. $1\frac{1}{4}$.

quadr.di p.s. $5\frac{1}{2}$.meno rad. $1\frac{1}{4}$ meno rad.L 30.meno rad.180 ⅂.

quadr di p q.7.meno rad.5.meno rad.L 30 meno rad.180 ⅂.

però p.q.lato del quindecagono sarà rad.L 7.meno rad.5 meno rad.L 30.meno rad. 180 LL. che è rad.L $2\frac{1}{2}$.p̃ rad. $1\frac{1}{4}$.L meno (rad $3\frac{3}{4}$.m̃ rad. $\frac{3}{4}$.)cioe rad.L $2\frac{1}{2}$.p̃ rad. $1\frac{1}{4}$ L.p̃ rad. $\frac{3}{4}$.meno rad. $3\frac{3}{4}$.

Veggasi se questa quantità 7.meno rad.5. m̃ L. 30.m̃ rad 180.⅂ e quadrata, cioe se ha rad. & hauendola si troui quanto e. Per farlo consideraremo questa quantita come residuo,cioe quantita di dui nomi,che l'vn nome sia 7.meno rad 5.& l'altro nome sia meno rad.L 30. meno radice 180. ⅂. (Et perche d'vna quantita di dui nomi(ò binomio,o residuo che sia)per trouare se ha radice,cioe se e quadrata;si caua il quadrato del minor nome dal quadr.del maggiore, & il restante,ò differenza si vede se e quantita,o numero quad.ouer nò,che quando esso restante non e quadrato,egli ci mostra la quantita proposta non essere ne anche ella quadrata (& perciò non poterseне trouare la rad onde in questo caso,cioe quando non e quadrata,& si vuole mostrare la rad.d'essa quantita ella si lega,ò si dice la sua rad.essere la rad.LL.d'essa quantita.) Ma quando esso restante e quad.egli ci mostra la quantita proposta anch'ella essere quadrata,& però potersi trouare la rad & all'hora per venire in cognitione d'essa rad.conuiene del restante quad.detto pigliare la rad.& la mita d'essa rad.(qual mita per commodita chiamaremo A)si giunge alla mita del nome maggiore della quantita proposta, & della somma si piglia la rad.quale si serua; Et anco la mita detta A, si caua dalla mita del nome maggiore della quantita proposta, & del restante si piglia la radice, quale si gionge alla seruata (se il minor nome della quantita proposta e gionto al maggiore, cioe se esso minor nome e segnato co'l piu) ouero quale si caua dalla seruata(se il minor nome della quantita proposta e cauato dal maggiore, cioe se esso minor nome e segnato co'l meno) che la somma nell'un caso, ouero il restante nell'altro caso sara la radice della quantita proposta.) Perilche quadraremo ciascuno d'essi dui nomi,

mi, che per il maggiore haueremo 54. meno rad. 980. & per il minore 30. meno rad. 180. qual minore cauaremo dal maggiore, cioe cauaremo 30. meno rad. 180. da 54. meno rad. 980. che resta 24. meno rad. 320. quale se sarà quadrato, ancora la quãtità proposta si dirà essere quadrata (che se non fusse quadrato, ancora la quantità proposta si dirà essere non quadrata) però cercaremo se egli è quadr. cioe se esso residuo 24. meno rad 320. ha rad. quadra, che per saperlo conuien cauare il quadr. del minor nome rad. 320. dal quadr. del maggiore 24. cioè cauare 320. da 576. & restà 256. che è quadr. & la sua rad. è 16 & però 24. meno rad 320. hauerà rad. quadra; che per trouarla pigliaremo la mità del 16. che è 8. & la giongeremo, & cauaremo da 12. mità di 24. nome maggiore del 24. meno rad. 320. & ne resulta 20. & 4. di ciascuno de' quali si piglia la rad & haueremo rad. 20. & 2. che posti insieme in forma di residuo (perche residuo è il 24. meno radice 320.) cioe cauato 2. da rad. 20. & resta rad. 20. meno 2. questo sarà la rad. del 24. meno rad. 320. Si che nella principal quantità proposta 7. meno rad. 5. meno rad. L 30. meno rad 180˥, cauato il quad. del nome minore, dal quad. del maggiore, & del restante presa la rad. ella si troua essere rad. 20. meno 2. Di questa hora si piglia la mità, che è rad. 5. meno 1. quale si gionge, & si caua alla mità, & dalla mità di 7. meno rad. 5 nome maggiore, qual mità è $3\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{1}{4}$. & fa per somma $2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$. & per restante fa $4\frac{1}{2}$. meno rad. $11\frac{1}{4}$. di ciascuno de' quali somma, & restante si piglia la rad. nel modo detto; che quanto al $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. somma, vedremo che non è quadrato, & però la sua rad. si dirà essere rad. L $2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$. ˥. & quanto al $4\frac{1}{2}$. meno rad. $11\frac{1}{4}$. vedremo, che è quadr. & che la sua rad. è rad $3\frac{3}{4}$. me. rad $\frac{3}{4}$. delle quali due rad. cioe di rad. L $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. L. & rad $3\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$. perche la principale quantità proposta di dui nomi da pigliarne la rad. ha il minor nome segnato co'l meno, cauaremo la minore dalla maggiore, cioe le accompagnaremo insieme segnando la minore co'l meno; & haueremo per composito rad L $2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$ L. m̃ (rad. $3\frac{3}{4}$. m̃ R. $\frac{3}{4}$.) & questa è la rad. di 7 m̃ rad. 5 m̃ rad L 30 meno rad. 180. ˥. Et perche il dire meno (rad. $3\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$) è cauare dalla quãtità anteriore, cioe da rad. L $2\frac{1}{2}$. meno rad $1\frac{1}{4}$. ˥. questa rad. $3\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$. cioe cauarne rad. $3\frac{3}{4}$. manco rad. $\frac{3}{4}$. che vuole dire cauarne rad. $3\frac{3}{4}$. ma giongerli rad. $\frac{3}{4}$. potremo dire, che tanto sia il dire me. (R. $3\frac{3}{4}$. me. rad. $\frac{3}{4}$.) inteso per vna sola quantità di meno, cioe da cauarsi totalmente, quanto è il dire meno rad. $3\frac{3}{4}$. più rad. $\frac{3}{4}$. intesa come due quantità separate fra loro; che per ciò dalla interiore rad. L $2\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{1}{4}$ ˥ cauando rad. $3\frac{3}{4}$ & giongendoli rad $\frac{3}{4}$. ò vogliamo dire giongendo rad. $\frac{3}{4}$. & cauando rad. $3\frac{3}{4}$. haueremo rad. L $2\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{1}{4}$. ˥ piu rad. $\frac{3}{4}$. meno radice $3\frac{3}{4}$. che è quello che si cerca.

Veggasi se questa quantità 7. meno rad. 5. meno rad. L 30. meno rad. 180. ˥ è quadrata, cioè trouisi la rad. quadra di questo residuo che e composto d'vn'altro residuo, & d'vna rad. L˥.

7 meno rad. 5.   rad. L 30. meno rad. 180 ˥
via 7. meno rad. 5.   via rad. L 30 meno rad 180. ˥
Da 54. meno rad. 980.   Cauisi 30. meno rad. 180.
24. meno rad. 320. restante cercato, di che si ha da pigliare la rad. quadra.
576.   320.

da 54. meno rad. 980.
cauisi 30. meno rad. 180.
resta 24. meno rad. 320.
†

Per cauare meno rad. 180. da meno rad. 980. conuien giongere radice 180. a meno 980. & però cauare rad. 180. da rad. 980. che il restante sarà me. onde considerato che rad. 20. e in rad. 980. entra rad. 49. cioe 7. volte, & essa rad. 20. in rad. 180. entra rad. 9. cioe 3. volte, & a cauare 3. da 7 resta 4. ne segue che rad. 20. nel restante entrarà 4. volte, però moltiplicar. 20. per 4. cioe per rad 16. che fa rad. 320. questo e il restante cercato, che e m̃. † Differenza 256. che e quad. & la sua rad e 16. la mità della quale e 8 che gionto, & cauato a 12. & da 12. mità del 24. nome maggiore del 24 meno rad. 320. ne resulta 20. & 4. la rad. di ciascuno de' quali e rad 20. & 2. che sono li dui nomi del residuo, che si troua per rad. del residuo detto. cioe haueremo rad 20. meno 2. che e la rad di 24. meno rad. 320. Et questo e segno, che la quantità proposta e quadrata, cioe il vedere, che cauato il quadr. del nome minore (cioe della rad. L 30. meno radice 180 ˥ dal quadr. del nome maggiore (cioe dal quad. del residuo 7. meno rad. 5.) il restante (24. meno rad. 320.) ha rad. quadra, & essa e rad. 20. meno 2. la mità della quale, cioe rad. 5 meno 1. si giunge, & caua alla mità del maggior nome della quantità proposta, cioe alla mità di 7. meno rad 5. la qual mità e $3\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{1}{4}$. che ne resulta $2\frac{1}{2}$ piu rad. $1\frac{1}{4}$. & $4\frac{1}{2}$. meno rad. $11\frac{1}{4}$. la rad. delle quali quantità sono rad. L $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$ ˥, & rad. $3\frac{3}{4}$. meno radice $\frac{3}{4}$. che cauata questa minore da quella maggiore, & ne risulta rad. L $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$ ˥ meno (rad. $3\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$.) questa sara la rad. della quantità proposta, qual rad. si può anco dire essere rad. L $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$ ˥, piu rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$. che e l'istesso.

a $3\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{1}{4}$.	da $3\frac{1}{2}$. meno R. $1\frac{1}{4}$.
giongasi rad. 5. meno 1.	cauisi rad. 5. meno 1.
somma $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$.	resta $4\frac{1}{2}$. me. R. $11\frac{1}{4}$.
$6\frac{1}{4}$. $1\frac{1}{4}$.	$20\frac{1}{4}$. $11\frac{1}{4}$.

differenza. 5. che non e quadr. però $2\frac{1}{2}$. p. R. $1\frac{1}{4}$. non è quantita quadrata, onde la sua rad. sara vna rad. L L. cioe sara rad. $L. 2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. L.

differenza 9. che e quad. & la rad. e 3. però $4\frac{1}{2}$. m. R. $11\frac{1}{4}$. e quãtita quadrata.

a $2\frac{1}{4}$.	da $1\frac{1}{4}$.
giongi $1\frac{1}{2}$.	caua $1\frac{1}{2}$.
somma $3\frac{3}{4}$.	restãre $\frac{3}{4}$.

la rad. e rad. $3\frac{3}{4}$. la rad. e ra. $\frac{3}{4}$. però rad. $3\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$. e la rad. di $4\frac{1}{2}$. meno rad. $11\frac{1}{4}$.

Di questa somma, & restante le radice sono rad. $L. 2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$. 7. & rad. $3\frac{3}{4}$. m̃ rad. $\frac{3}{4}$. che cauata la minore dalla maggiore, & resta rad. $L\ 2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$ L. meno (rad. $3\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$.) questo sara la rad. quadra della quantita proposta, però tanto e dire, rad. $L\ 2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. 7. m̃ (rad. $3\frac{3}{4}$. me. rad. $\frac{3}{4}$.) quanto e a dire, rad. L 7. meno rad 5. meno rad. L 30. meno rad. 180 7.

Ouero per farne la proua praticalmente, Moltiplichisi in se medesma la istessa quantità, ma scritta cosi rad. $L\ 2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. 7 piu rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$.

a c n
rad. $L\ 2\frac{1}{2}$. p̃ rad. $1\frac{1}{4}$. 7 p̃ rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$.
rad. $L\ 2\frac{1}{2}$. p̃ rad. $1\frac{1}{4}$. 7 p̃ rad. $\frac{3}{4}$. meno rad $3\frac{3}{4}$.
a c n

a via. a $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$.
c via c. $\frac{3}{4}$.
n via n. $3\frac{3}{4}$.
c via n. m̃ rad. $2\frac{13}{16}$ } cioe me. rad. 1 14. che
n via c. m̃ rad. $2\frac{13}{16}$ } cõ rad. $1\frac{1}{4}$. fa m̃. R. 5.
somma 7. m̃. rad. 5.

Le altre quattro moltiplicationi gionte insieme producono rad. L 30. meno rad. 180. L, & e me. però il prodotto totale sara 7. meno rad. 5. meno rad. L 30. meno rad. 180 L.

Et per farne la proua praticalmente, Moltiplichisi in se medesima.

rad. $L. 2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$ L. m̃ (rad $3\frac{3}{4}$. m̃ rad. $\frac{3}{4}$.)
rad. $L\ 2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$ L m̃ (rad. $3\frac{3}{4}$. m̃ rad. $\frac{3}{4}$.)
$2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. piu $4\frac{1}{2}$. m̃ rad. $11\frac{1}{4}$.
cioe 7. meno rad. 5. & m̃. rad. L 30. meno rad. 180 L.
rad $L\ 2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. 7
via m̃ R. L 18. m̃ rad. 180. 7 doppio di m̃. (R. $3\frac{3}{4}$. meno rad $\frac{3}{4}$.)
45. m̃ 15.
cioe 30. Et meno rad. 180.

rad. $1\frac{1}{4}$. in rad. 180. entra rad. 144. cioe 12. volte, però volte $2\frac{1}{2}$. rad. 180. e qãnto 30. volte rad. $1\frac{1}{4}$. & e me. che cauatone le 18. volte rad. $1\frac{1}{4}$. resta 12. volte rad. $1\frac{1}{4}$. & e me. però haueremo meno rad. 144. via rad. $1\frac{1}{4}$. cioe meno rad. 180. onde il prodotto di queste due rad. L L. fara meno rad L 30. meno rad. 180. 7. Et cosi il prod. totale sara 7. meno rad. 5. meno rad. L 30. meno rad. 180 7.

c via a } gionte insieme cioe rad. $\frac{3}{4}$. due volte, che e rad. 3. via rad. $L\ 2\frac{1}{2}$. p̃ rad. $1\frac{1}{4}$. 7 produce
a via c } rad. $L\ 7\frac{1}{2}$. piu rad. $11\frac{1}{4}$ 7.
n via a } gionte insieme cioe meno rad. $3\frac{3}{4}$. due volte, che e meno rad. 15. via rad. 7. $2\frac{1}{2}$. piu ra-
a via n } dice $1\frac{1}{4}$. L produce meno rad. $L\ 37\frac{1}{2}$. piu rad $281\frac{1}{4}$ L.

Perche qui si moltiplica rad. $L\ 2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$ 7. vna volta per rad 3. & l'altra volta per meno rad. 15. vediamo, che rad. 3. in rad. 15. entra volte rad. 5. & che perciò ne segue, che rad. $L\ 7\frac{1}{2}$. piu rad. $11\frac{1}{4}$. L in rad. $L\ 37\frac{1}{2}$. piu rad. $281\frac{1}{4}$ L, entri volte rad. 5. però douendosi (per vnirle insieme) cauare la minor rad. $L L$, dalla maggiore (qual maggiore e meno, che il restante sara meno) essa minore nel restante entrara vna volta manco, cioe vi entrara solo volte rad. 5. meno 1. Onde moltiplicando rad. $L\ 7\frac{1}{2}$. piu rad. $11\frac{1}{4}$. 7 via rad. 5. meno 1. cioe via rad. L 6. meno rad. 20. 7, il prodotto, che e rad. L 30. meno rad. 180 L. sara il restante cercato, & sarà meno.

rad. $L\ 7\frac{1}{2}$. piu rad. $11\frac{1}{4}$ L.	piu rad. $11\frac{1}{4}$.	meno rad. 20.
rad. L 6. meno rad. 20 L.	rad. 36.	rad. $56\frac{1}{4}$.
45. meno rad. 225.	piu rad. 405.	meno rad. 1125.
cioe 30.	rad. 5. rad. 81.	rad. 5. rad. 225.
pd. rad. L. 30. meno rad. 180. L	9	15.
		resta 6. via rad. 5.
		& e m̃ però fa m̃.
		rad. 180.

Ouero perche rad. $L\ 2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. L. si hà da moltiplicare per rad. 3. & anco per meno rad. 15. & poi vnire, ò ponere insieme i dui prodotti, che si fa cauando quello di rad. 3. minore da quello di me. rad. 15. maggiori, & il restante, che e m̃ e il composto loro) noi potiamo hora vnire insieme questi dui moltiplicanti rad. 3. & meno ra-

dice 15. che fanno rad. 3. meno rad. 15. cioè meno (rad. 15. meno rad. 3.) & con questo prodotto a forma di rad. L L, che sarà meno rad. L. 18. me. rad. 180. L.) moltiplicare la rad. L. 2 $\frac{1}{2}$. p̄ rad 1 $\frac{1}{4}$ ꝗ che produrrà pure rad. L 30 meno rad. 180. ꝗ.

rad L. 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$ L.
via meno radice L. 18 meno rad. 180 L.

produce m̄ radice L 30 meno rad. 180 L.

Quando il diametro del cerchio è 4; all'hora il lato del Quindecagono inscrittoli è rad. L 2 $\frac{1}{2}$ p̄ R. 1 $\frac{1}{4}$ ꝗ p̄ rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. 3 $\frac{3}{4}$.

Veggasi quanto sarà il lato del quindecagono ponendo il diametro 4000 che è 1000. volte 4. cioè moltipl. per rad L 1000000 ꝗ.

produce rad. L 2500000. p̄ rad. 1250000000000. ꝗ p̄ rad. 750000. m̄ R. 3750000. che è il lato del quindecagono, essendo il diametro del cerchio 4000.

Moltipl. via rad. L 1000000 L per vedere quanto sarà il lato del quindecagono, ponendo il diametro 1000 volte tanto, cioè essendo egli 4000000.

produce rad. L 25. con 11, zeri, più rad. 125. con 22. zeri, L p̄ rad. 750000000000. m̄ rad. 3750000000000.

Moltiplic. via rad. L 10000 ꝗ per vedere quanto sarà il lato del quindecagono, ponendo il diametro 100. volte tanto, cioè essendo egli 400. millioni.

produce rad. L 25. con 15. zeri p̄ rad. 125. con 30 zeri L. p̄ rad 75. con 14. zeri, meno rad, 375. con 14. zeri. Il che si riduce a numero rationale propinquo, come si vede.

8033
4?998
4?5787
11536649
1239808948
985411?9
380422606

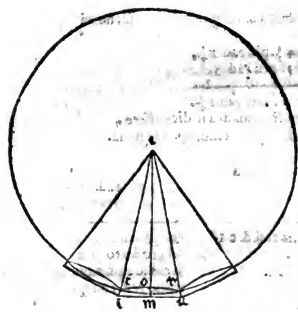
26
38.& più è l' $\frac{?}{100}$
988 & più sariano li $\frac{6}{100}$

190211303 $\frac{1}{4}$. & più, ma non arriua a $\frac{26}{100}$.
87602540 $\frac{37}{100}$. & più, ma non arriua a $\frac{38}{100}$.

somma 276813843 $\frac{62}{100}$. & piu, ma nõ arriua a $\frac{64}{100}$
cauisene 193649167 $\frac{32}{100}$. & meno, ma piu di $\frac{31}{100}$

resta 83164676 $\frac{3}{10}$. & piu, ma non arriua a $\frac{33}{100}$.

Et questo è il lato del quindecagono equilatero inscritto nel cerchio, che hebbi per diametro 400000000.

Et volendo trouare la lunghezza del lato del quindecagono circonscritto al Cerchio; noi considerati i lati del circonscritto equidestanti alli lati dell'inscritto, & dal centro c, del cerchio alli dui termini d'vno de' lati dell'inscritto, & del circonscritto tirate le due rette c t i, & c r u, & anco dall'istesso centro la perpendicolare a ciascuno de' dui lati detti, & sia la c o m, che diuiderà ciascuno d'essi dui lati per mezo; Et considerato il triãgolo c m i, (ouero i c m u,) & il partiale a lui simile, & però di lati proportionali c o t (ouero il c o r) vedremmo, che la proportione, quale ha la perpendicolare c, o, in l'uno alla perpendicolare c m, in l'altro, la istessa hauerà la base o t, dell'vno, alla base m i dell altro, cioe il semilato del quindecagono inscritto al semilato del quindecagono circonscritto; O vogliamo dire considerati li dui triangoli c t r, & c i u, equiangoli, & però simili, & di lati proportionali, vedremo, che la proportione, quale ha la perpendicolare c o, dell'vno, alla perpendicolare c m. dell'altro, la istessa ha la base t r, dell'vno, alla base i u, dell'altro, cioe il lato del quindecagono inscritto al lato del circonscritto; però mediante i lati eguali c t, & c r, & base t r del c t r; trouaremo la sua perpendicolare c o; O vogliamo dire, mediante c t, semidiametro, & o t, semilato del quindecagono inscritto, trouaremo la perpendicolare c o; E poi mediante c o, e m, & o t (ouero t r. trouaremo m i, (ouero i u, cioe il semilato (ouero il lato del quindecagono circonscritto.

Quando il lato del quindecagono inscritto è rad.L 2 $\frac{1}{2}$. p̄ rad. 2 $\frac{1}{4}$. L, più rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. 3 $\frac{3}{4}$.
all'hora il diametro del cerchio è 4. Però
Quãdo il semilato del quindecag. inscritto sia rad.L 2 $\frac{1}{2}$. p̄ rad. 1 $\frac{1}{4}$. L piu rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. 3 $\frac{3}{4}$.
all'hora il semidiametro del cerchio sarà 4.

t o, rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$. L piu rad. $\frac{3}{4}$. rad. 3 $\frac{3}{4}$.
rad L 2 $\frac{1}{2}$. piu rad. 1 $\frac{1}{4}$. L. p̄ ℞. $\frac{3}{4}$. me. rad. 3 $\frac{3}{4}$.

2 $\frac{1}{2}$. piu rad. 1 $\frac{1}{4}$.
4 $\frac{1}{2}$. me. ℞. 11 $\frac{1}{4}$.

7. meno rad. 5

si moltiplichisi in se stessa meno (rad. 3 $\frac{3}{4}$. me. rad $\frac{3}{4}$) a ridurla a forma di ℞. LL sarà meno rad. L. 4 $\frac{1}{2}$. meno rad. 11 $\frac{1}{4}$.

rad.

via meno rad.L.4 $\frac{1}{2}$.meno rad. 11 $\frac{1}{4}$ L.

produce m̃ ℞.L.7 $\frac{1}{2}$.meno rad.11 $\frac{1}{4}$ L.
& questa doppiata fa meno rad.L 30.
meno radice 180 L.

2 $\frac{1}{2}$. p̃ rad.1 $\frac{1}{4}$.
via 4 $\frac{1}{2}$ .m̃ rad.1 $\frac{1}{4}$.

11 $\frac{1}{4}$.
m̃. 3 $\frac{1}{4}$.
2 $\frac{1}{2}$.
Il prodotto 7 $\frac{1}{2}$.
m̃ rad.11 $\frac{1}{4}$.

2 $\frac{1}{2}$.via rad.1 1 $\frac{1}{4}$.è quãto 3 $\frac{1}{4}$ (cioe 3.volte tãto via rad 1 $\frac{1}{4}$. perche radice 1 $\frac{1}{4}$.è 3.volte 1 $\frac{1}{4}$.
meno 7 $\frac{1}{2}$.
con p̃ 4 $\frac{1}{2}$.

somma m̃.rad.3 che via rad. 1 $\frac{1}{4}$. produce meno rad.11 $\frac{1}{4}$.

Il quad.t o,è 7.meno rad.5.meno rad.L 30.
meno rad.180 ⅂.che cauato dal quadr. di c t,cioè da 16.resta 9.più rad.5.piu rad.L 30.
meno rad.180.⅂,& questo è il quad.di c o.
Hora vedremo se essa quantità ha rad quadra,considerandola come binomio,i dui nomi del quale siano

9.piu rad.5. rad.L 30 meno rad.180.L.

il suo quadr. è 86.piu rad.1620. il suo quad.è 30.meno rad.180. da cauare dall'antecedente maggior quadr.& resta 56 piu rad.880.del quale si piglia la rad.quadra.
Veggasi se 56 piu rad.2880 ha rad.quadra,& quanto è
da 3136.cauisi 2880.resta 256.che la sua rad.è 16.cioe è quadr.però 56.più rad. 2880. e quantita quadrata.Il che ci mostra,che anco la quantita principale proposta e quadrata.

di 56. — la mita è 28. di 16. — la mita è 8.

a 28.
gionto 8.
somma 36.che la sua rad.è 6.

da 28.
cauato 8.
resta 20.che la sua rad.e rad. 20.

Queste gionte insieme fanno 6.piu rad.20.il che e la rad.di 56.piu rad.2880.
Di 9. piu rad.5. maggior nome della quantità proposta.
la mita e 4 $\frac{1}{2}$ .piu rad.1 $\frac{1}{4}$.
Di 6.pi rad.20.rad.quadra del restante, ò differenza de' quadrati de' dui nomi
la mità e 3.piu rad.5.

a 4 $\frac{1}{2}$.piu rad 1 $\frac{1}{4}$.
gionto 3.piu rad. 5.
somma 7 $\frac{1}{2}$.più rad.11 $\frac{1}{4}$.

da 4 $\frac{1}{2}$.più rad.1 $\frac{1}{4}$.
cauato 3 piu rad. 5.
resta 1 $\frac{1}{2}$. me. rad.1 $\frac{1}{4}$.

Di 9.piu rad.5.piu rad.L.30.meno rad 180 ⅂ la radice quadra si dice essere,
rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad 11 $\frac{1}{4}$.L piu rad.1 $\frac{1}{4}$ .meno $\frac{1}{2}$.Il che si proua moltip.in se stessa.

Di ciascuna di queste due quantita si piglia la rad quadra

56 $\frac{1}{4}$.
11 $\frac{1}{4}$.
resta 45.che non è quadr.

2 $\frac{1}{4}$.
1 $\frac{1}{4}$.
resta 1.che ha rad.& e 1.

però 7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$.non ha rad.quadr.
per il che per nominare la sua rad. diremo,che ella è.
rad.L.7 $\frac{1}{2}$ .piu rad.11 $\frac{1}{4}$ L.
alla quale accompagnato co'l segno del piu rad. 1 $\frac{1}{4}$.
meno $\frac{1}{2}$.fara rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$.L.meno rad. 1 $\frac{1}{4}$
meno $\frac{1}{2}$.Et questo e la lunghezza di c o.

7 $\frac{1}{2}$. piu rad.11 $\frac{1}{4}$.
1 $\frac{1}{2}$.meno rad.1 $\frac{1}{4}$.
9. piu radice 5.
il prodotto sara
9.meno rad.5.piu rad. L.30.
meno rad.180 ⅂.

Il doppio di rad.1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.e rad.5.meno 1.che ridotto a forma di rad.LL, farà
rad.L.6.meno rad.20. L.da moltiplicare.
via rad.L.7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$ L.

45. meno 15.
piu rad.405.meno rad. 1125.
rad. 5.rad. 81. rad. 225.
9.meno 15.
resta meno 6.cioe meno rad.36.via rad.5.
che fa meno rad.180 L.
però haueremo rad.L 30.meno rad.180.L.

di 1 $\frac{1}{2}$.
la mita e $\frac{3}{4}$.
$\frac{3}{4}$.
con $\frac{1}{2}$.
fa 1 $\frac{1}{4}$.
la rad.e ℞.1 $\frac{1}{4}$.

di 1.
la mita e $\frac{1}{2}$.
da $\frac{3}{4}$.
cauato $\frac{1}{2}$.
resta $\frac{1}{4}$.
la ℞.e $\frac{1}{2}$.

però rad.1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.e la rad.
di 1 $\frac{1}{2}$.meno rad. 1 $\frac{1}{4}$.

Hauen-

Hauendosi a partire t o.per c o;perche il partire c o,non è quantità simplice, noi per ridurlo a partitor simplice,lo consideraremo come binomio,i dui nomi del quale siano rad. L 7 $\frac{1}{2}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$.L; Et rad. 1 $\frac{1}{4}$.me. $\frac{1}{2}$.& perciò lo moltiplicaremo per il suo residuo. che sarà rad. L 7 $\frac{1}{2}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$.⌉ meno (rad. 1 $\frac{1}{4}$ meno $\frac{1}{2}$.con il quale residuo moltiplicaremo ancora la quantità t o;per seruare la proportione delle quantità c o,& t o,& dalla banda di c o.haueremo 6. più ℞. 20.per nuouo partitore,& dalla banda di t o.haueremo rad 48.meno rad.L 40.meno rad.320 L. per nuoua quantità da part. Ma perche ancora 6.più rad 20.nuouo part.non è quantità simplice (cioè ò numero rationale,ò solo rad.) anzi è binomio ordinario;lo moltiplicaremo per il suo residuo,che è 6 meno rad 20 Et con l'istesso residuo moltiplicaremo ancora la quãtità hora da partire,cioè rad.48.meno rad.L 40,meno rad.320 ⌉.che dalla banda di c.o; haueremo 16. per nuouo partitore,& è simplice,onde più non occorre alterarlo.& dalla banda di t o;haueremo radice 1728.meno rad.960 meno rad. L 3200.meno rad.99123 20 L. che è nuoua quantità da partire, per il 16. Et poi l'auenimento,che sarà quello,che deriua a partire t o,per c o; doueremo moltiplicare per c m,che 4.& ne risultarà i m; Ma perche a partire vna quantità per 16.& poi moltiplicare l'auenimento per 4.è quanto in tutto partire essa quantità solo per 4 (essendo il partitore 16 quattro tanti del moltiplicante 4) noi con vna sola operatione,partendo per 4.la quantità detta,cioè rad.1728.meno rad.960 meno rad.L 3200.meno rad. 9912320.⌉. che ne viene rad.108.meno rad 60.meno rad.L 200.meno rad.38720.⌉.sapremo quest'auenimento essere la lunghezza di i m;cioè del semilato del quindecagono, circonscritto al cerchio, il semidiametro del quale sia 4,Ma se vorremo,che non il semidiametro,ma il diametro totale sia 4. ancora non il semilato,ma il lato totale del quindecagono circonscritto li sarà rad. 108.meno rad.60 meno rad L 200.meno rad.38620 ⌉. Et volendo,che il semidiametro sia 400 millioni,cioè 100.millioni di volte il 4.ancora il lato del quindecagono sara 100.millioni di volte la quantita detta; però moltiplicandola per 100.millioni,cioè per 100000000.che è numero contenuto da 1. con 8.zeri,& ridotto a forma di rad.quad.come è la quantita detta da moltiplicare,egli sara rad. 1. con 16.zeri;che facendo la moltiplicatione se ne produce rad.108 con 16.zeri,meno rad.60.con 16.zeri,meno rad.L 200.con 16.zeri,meno rad.38720 con 32.zeri ⌉ ò vogliamo dire rad.1080. milliara di millioni di millioni,meno rad.600.milliara di millioni di millioni,meno rad.L.2.millioni di millioni di millioni meno radice 3872. milliara di millioni di millioni di millioni, di millioni di millioni ⌉. ò più breuemente potremo dire, rad. 1080. cinqueliara meno radice 600. cinqueliara meno radice L. 2. sesliara, meno rad. 3872. vndiciliara, L. Et questo sara il lato del quindecagono circonscritto al cerchio, quando il suo diametro è 400. millioni, qual lato riducendolo a numero rationale propinquo al vero, vedremo, che egli sara 85022624 $\frac{65}{100}$ & piu ma che non arriuara a 85022624 $\frac{68}{100}$. cioè che sara fra 85022634 $\frac{1}{2}\frac{3}{8}$. & 85022624 $\frac{1}{2}\frac{7}{8}$.

Hora delle quattro quantita proportionali c o,t o,c m,& i m,cõ la notitia delli tre prime,trouaremo la quarta,ò restante quantita i m,che si potra fare,partendo la seconda per la prima,& l'auenimento,moltiplicarlo con la terza,che ne resultara la quarta.

c o.rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad. 11 $\frac{1}{4}$ ⌉ piu rad. 1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.
moltip.primo rad. L 7 $\frac{1}{2}$ piu rad. 11 $\frac{1}{4}$ ⌉ meno (rad. 1 $\frac{1}{4}$ meno $\frac{1}{2}$.)

7 $\frac{1}{2}$.piu rad. 11 $\frac{1}{4}$.meno(1 $\frac{1}{4}$.meno rad. 1 $\frac{1}{4}$.)

prodotto 6.piu rad. 20
moltiplicante secondo 6. m̃ rad. 20

prodotto 16.che è partire semplice.

t o.rad.L 2 $\frac{1}{2}$.piu rad. 1 $\frac{1}{4}$.⌉.piu rad. $\frac{3}{4}$.meno rad. 3 $\frac{3}{4}$. c m.4. i m.
moltipl.primo.rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad. 11 $\frac{1}{4}$.⌉ meno(1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.)

rad.L 22 $\frac{1}{2}$.piu rad. 281 $\frac{1}{4}$.⌉ meno(rad. 3 $\frac{3}{4}$.meno rad. $\frac{3}{4}$.) rad. $\frac{7}{1}\frac{5}{6}$. rad. $\frac{3}{1}\frac{3}{6}$
506 $\frac{1}{4}$. 281 $\frac{1}{4}$. meno(rad. 1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.)meno rad. $\frac{1}{1}\frac{5}{6}$.m̃.rad. $\frac{1}{1}\frac{5}{6}$

Differenza.225. la radice è 15. piu (rad. 6 $\frac{3}{4}$.meno rad. 3 $\frac{3}{4}$.)

22 $\frac{1}{2}$. 15

11 $\frac{1}{4}$. 7 $\frac{1}{2}$

18 $\frac{3}{4}$. 3 $\frac{3}{4}$

cioe rad. 18 $\frac{3}{4}$. piu rad. 3 $\frac{3}{4}$ rad. $\frac{75}{4}$ rad. $\frac{27}{4}$.

con rad. 6 $\frac{3}{4}$. meno rad. 3 $\frac{3}{4}$ 25. 9.

5. 3.

8

Somma rad. 48.

rad. 64. via rad. $\frac{3}{4}$ fa rad. 48.

Ouero perche meno (rad. 1 $\frac{1}{4}$. meno rad. $\frac{1}{2}$) in meno (rad. 3 $\frac{3}{4}$. meno radice $\frac{3}{4}$.) entra rad. 3 volte, moltiplicaremo meno (rad 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{2}$.) in se stessa, che fa 1 $\frac{1}{2}$. meno rad. 1 $\frac{1}{4}$. & questo hora moltiplicaremo per radice 3. che fa più rad. 6 $\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$. che e il prodotto di meno (radice 3 $\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$. via meno (R. 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{2}$.)

Ancora perche rad. *L* 2 $\frac{1}{2}$. p̃ R. 1 $\frac{1}{4}$ *L*. in R. *L* 7. $\frac{1}{2}$. p̃ R. 11 $\frac{1}{4}$. 7 entra R. 3. volte, per moltipl. esse due rad. *LL*. insieme, potremo moltiplicare il quadr. della minore, cio 2 $\frac{1}{2}$. piu rad. 1 $\frac{1}{4}$. per detta rad. 3. che fa similmente rad. 18 $\frac{3}{4}$. piu rad. 3 $\frac{3}{4}$.

rad. *L* 7 $\frac{1}{2}$. piu rad. 11 $\frac{1}{4}$ 7.	rad. *L*. 2 $\frac{1}{2}$. piu rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7.
via meno rad. *L* 4 $\frac{1}{2}$. me. rad. 11 $\frac{1}{4}$. 7	via meno rad. *L*. 1 $\frac{1}{2}$. meno rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7.
fa meno rad. *L* 22 $\frac{1}{2}$. m̃. rad. 101 $\frac{1}{4}$ 7.	fa meno rad *L*. 2 $\frac{1}{2}$. meno rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7.

Queste due rad. *LL*. si hanno da giongere insieme, & la minore nella maggiore entra rad. *L* 9 *L*. cioe rad. 9. volte, che e 3. però essa minore entrarà nella somma d'ambedue 4. volte, onde perciò moltiplicaremo la minore per 4. cioe per rad. *L*. 16. *L*. & fa rad. *L*. 40. me. rad. 320. *L*, che e la somma loro, & e meno.

Però t o, moltipl. per il moltiplic. primo fa rad. 48. m̃ rad. *L*. 40. m̃ rad. 320 *L*. rad. 20. 4
moltiplic. secondo 6. m̃ rad. 20. cioe rad. *L*. 56 m̃. rad. 2880 *L*. rad. 20. 12

2240 20. 48
960 m̃. 960

vltimo prodotto. rad. 1728. meno rad. 960. meno radice *L*. 3200. m̃ R. 9912320 *L* da partire per 16. partitor simplice, & poi moltiplicare l'auenimento per 4. e m; però queste due operationi si riducono ad vna sola partitore p̃ 4. che l'auenimento mostrarà la linea i m; però ella sara rad. 108. meno rad. 60 meno rad. *L*. 200. meno rad. 38720. *L*. che è semilato del quindecagono circonscritto al cerchio. quando il semidiametro è 4. ma sara il lato intiero del quindecagono quando il diametro totale sia 4. E volendo, che il diametro sia 400. millioni, cioe 100. millioni di volte tanto, il lato del quindecagono circonscrittoli sarà similmente 100. millioni di volte tanto, però sapremo il numero d'esso lato all'hora moltiplicando questo rad. 108. meno 60. meno rad. *L* 200. meno radice 38720 *L* per 100000000. che farà rad. 108. con 16. zeri, m̃ R. 60. cõ 16. zeri. meno rad. *L* 200. cõ 16. zeri meno rad. 38720. con 32. zeri *L*, qual quantità ridotta a numero rationale ꝑpinquo sara 85022624. $\frac{6}{10}$ $\frac{5}{0}$. & piu, ma nõ arriuarà a 85022624 $\frac{68}{100}$. Et questo sarà il lato del quindecagono regolare circonscritto al cerchio, che habbi per diametro 400. millioni.

40. via 3. fa 120
56

176
176

rad. 30976
me. rad. 320

247808
m̃ R. 9912320

619520
rad. 38720

rad 108. con 16. zeri, meno rad. 60. con 16. zeri, meno rad. L 200. con 16. zeri, meno rad. 38720. con 32. zeri L.

meno rad. 387200000000000000000000000000000000.

. . . .

è meno 1 9 6 7 7 3 9 8 2 0 1 9 9 8 m 4 9 3 2 $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{0}$. & più.

ma meno di $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$

2620

2620
30400
291100
1567100
38647100
322787900
794959600
78636760000
3928196159900
38626468363900
3207151600399000
58767888079900
19413091675963900
3671173114365404000
12924143800571799000
111752487937490951000
33042895129498353376
19354796403996219864

Da 200

Cauisi 196773982019981493 2 3/4 3/0. & più ma meno di 3/3 2/9.

meno R.L. 3236017980018506 7 3 6/0. & più, ma meno di 4/4 7/0. 1

. . . .

farà meno 1 7 9 6 1 1 1 9 0 1 6 0 3/0. & più, ma non arriua a 1 6 0 4/0.

3360
21917
40198
427700
6847918
325569750
226968967
359122380

35922238 | 2269689670

63. & più

114355390

meno rad. 60000000000000000.

. . . .

e meno 7 7 4 5 9 6 6 6 9 1 2 0 4/0. & più, ma non arriua a 1 2 0 5/0.

1100
7100
92400
1497500
10331900
103678400
1072684100
14316844400
374104419
1549193338 | 37410443900.

24 & più

6426577140

meno

meno 129611190 $\frac{63}{100}$. & più, ma non arriua a $\frac{64}{100}$.
meno 774596669 $\frac{24}{100}$. & più, ma non arriua a $\frac{25}{100}$.

In tutto è m̃. 954207859 $\frac{87}{100}$. & più, ma non arriua a $\frac{89}{100}$.

rad. 1080000000000000000.

. . . .

è 1 0 3 9 2 3 0 4 8 4 $\frac{54}{100}$. & più, ma manco di $\frac{55}{100}$.

800
19100
47900
631600
100710000
1757158400
9438969600
1125125744
2078460968 | 112512574400
54 & più

858952600

Da 1039230484 $\frac{54}{100}$. & più, ma non arriua a $\frac{55}{100}$.
Cauisi 954207859 $\frac{89}{100}$. & manco, ma supera $\frac{87}{100}$.

Resta 85022624 $\frac{65}{100}$. & più, ma non arriua a $\frac{68}{100}$. E questo è il lato del quindecagono regolare circonscritti al cerchio, il diametro del quale sia 400 millioni.

E ben fatto che li studiosi di viuace intelletto & pronta memoria veggano con diligēza queste operationi tutte, & le acconcino quando vi fusse qualche errore, ne i calculi de' num. (che nō saria gran cosa, che in così lunghe fatiche, i miei occhi, & memoria stanchi dalli molti essercitij, & incommodi hauessero alle volte errato) E sopra tutto attendano bene alle regole, e nascimento d'esse nelle operationi, per conoscere intieramente le qualità, & conuenienze delle quantità irrationali, & altre fra loro, perche così vi acquistaranno mirabile attitudine nel discorrere in esse, & potranno peruenire a la perfettione de' suoi discorsi, alla quale chi non arriua, può alle volte tenere opinione diuersa dal vero, che per darne essempio dico, che l'anno Santo 1575. in Roma, vedendo io l'opera in ottauo stampata in Anuersa per il Birchman l'anno 1567. intitolata Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria, Compuesto por el Doctor Pedro Nunez, Cosmographo Mayor del Rey de Portugal y Cathedratico Iubilado en la Cathedra de Mathematicas en la Vniuersidad de Coymbra, nella quale con molta diligenza, & ordine, dottissimamente si tratte questa scienza d'Algebra da esso Autore ch'è quell'istesso Petrus Nonius Salaciensis Eccellentissimo, & famosissimo Mathematico, peritissimo ne' numeri, nelle linee, & vniuersalmente in ciascuna delle scienze Mathematiche, & dependenti; quale in esse ha composte molte opere dottissime; egli in detto libro d'Algebra, doppo l'hauere con grandissimo giudicio deriuate amplissime, & bellissime regole, & inparticolar trattato diffusamente l'origine, & modo del trouare le radici cube nelli binomij cubi. à carte 115. egli vltimamente nel fine dell'opera a carte 341. trattando la eguagliatione d'vn cubo più 3. cose eguale a 36. & trouando mediante la regola, il valore della cosa essere rad. vniuersale cuba rad. 325. più 18. meno il suo reciso cioè m̃ rad. vniuersale cuba rad. 325 meno 18. dice, che il binomio rad. 325 più 18. non è cubo, & soggiunge a dire; & la ragione è, perche il numero 18. che è il nome minore non si può partire in due parti tali, che l'vna sia numero cubo, & l'altra sia diuisibile in tre numeri eguali senza rotto, come habbiamo detto, che si troua in tutti li binomij cubi. Et dipoi supponendo, che 1. cubo p̃ 9. cose, sia eguale a 54. dice che secondo la regola, il valore della cosa sarà rad. vniuersale cuba rad. 756. p̃ 27. m̃ il suo reciso, che è rad. vniuersale cuba rad. 756. m̃ 27. Et perche il numero 27. non si può partire in due tali parti, che l'vna sia numero cubo, & l'altra sia diuisibile in tre numeri eguali senza rotto, dice che per ciò rad. 756. p̃ 27 non sarà binomio cubo, & che egli non ha rad. cuba, ne per ciò manco l'ha il suo reciso; & che per questa causa la regola dà oscuro il valore della cosa, quale per altra regoletta sappiamo, che è 3. perche la rad. quadra di 9. (numero delle cose) è la

rad.

rad. cuba della mità di 54. Et poi subito nel fine soggiunge queste formali parole. Ny aura Arithmetico de tan sotil ingenio, que proponiendole estas dos quantitades rad. vniuersal cuba rad. 325. piu 18; meno rad. vniuersal cuba rad. 325. meno 18; Y rad. vniuersal cuba rad. 756. piu 27; m̄ radice vniuersal cuba rad. 756. meno 27; pueda conoscer que son yguales, y vale pero cada vna dellas 3. y el impedimento es, venir el valor de la cosa explicado por quantitades irracionales, y los binomios las mas de las vezes no serèn cubos, cioè; Nè sarà Aritmetico di tãto sottile ingegno che proponendoli queste due quantità rad. vniuersal cuba rad. 325. p̄ 18, m̄ rad. vniuersal cuba rad. 325. m̄ 18; & rad. vniuersal cuba rad. 756. p̄ 27, m̄ rad. vniuersal cuba rad. 756. m̄ 27. (ouero scriuendole al modo nostro che stiamo così rad. cuba | rad. 325. p̄ 18. | m̄ rad. cuba | rad. 325. m̄ 18 |, Et rad. cuba | rad. 756. p̄ 27. | m̄ rad. cuba | rad. 756. m̄ 27 |,) possa conoscere che sono eguali, & pure nondimeno ciascuna d'esse vale 3; & l'impedimento è, venire il valore della cosa esplicato per quantitadi irrationali, & li binomij il più delle volte non saran cubi; Onde all'hora considerando io sopra ciò, mi auiddi che è grandissimo vãtaggio l'hauere molta esperienza de' nũmeri, & nõ lassar passare, o supponere cosa alcuna per vera (benche ella fusse tenuta vniuersalmente per vera (anzi cercare cõ diligẽza la dimostratione della verità, che così, o la trouaremo, & perciò saremo sicuri d'essa verità, o penetrando al vero fonte della dottrina ci accorgeremo che ella non è realmente, o sempre vera come si tiene, & conosceremo la causa di ciò, & come, & quando può essere, & non essere vera: il che essendo io solito di fare in queste considerationi, facilmente conobbi che se bene egli diligẽtissimamente haueua trattato del nascimẽto de binomij cubi, & fattone si può dire Anotomia, & da essa cõ gran giuditio cauatane la regola di trouare la rad. de' binomij cubi, nondimeno nel cõcludere poi, che non fussero cubi quelli che nõ haueuano la qualità da lui detta (cioe tali che essendo cõposti di rad. & di numero senza rotti, come sono rad. 325. p̄ 18. & rad. 756. p̄ 27. non si potesse poi del minor nome del binomio, cioè del 18. nell'vno, o del 27. nell'altro, fare due parti tali, che l'vna fusse numero cubo, & l'altra diuisibile in tre numeri eguali senza rotto) egli non haueua fatto basteuole consideratione, anzi haueua supposto per vero quello che parea douere essere sẽpre verissimo, cioe che d'vna quantita composta di rad. & numero intieri; potendo ella hauere rad. cuba, essa rad. cuba douesse anch'ella essere similmente composta di rad. & numero intieri.) & similmente conobbi all'hora, che esse due quantita erano eguali, & che ciascuno di quei due binomij rad. u. cuba rad. 325. p̄ 18 & rad. u. cuba rad. 756. piu 27; era cubo; & che la rad. cuba del primo era radic. $3\frac{1}{4}$. piu $1\frac{1}{2}$., del qual binomio cauato il suo residuo, o reciso, che è

di rad. 325. p̄ 18. la rad. cuba è rad. $3\frac{1}{4}$ p̄ $1\frac{1}{2}$.

Proua che si fa cubando rad. $3\frac{1}{4}$ p̄ $1\frac{1}{2}$.

rad. $3\frac{1}{4}$. piu $1\frac{1}{2}$.
rad. $3\frac{1}{4}$. piu $1\frac{1}{2}$

$5\frac{1}{2}$. piu rad. $3\frac{1}{4}$. 3. volte
$1\frac{1}{2}$. piu rad. $3\frac{1}{4}$.

$8\frac{1}{4}$ p̄ $3\frac{1}{4}$. 3. volte, cioe p̄ $9\frac{3}{4}$. che fa 18. & rad. $3\frac{1}{4}$. volte $5\frac{1}{2}$, & volte $1\frac{1}{2}$. 3. volte, che e volte $4\frac{1}{2}$. & però in tutto volte 10, che e radice $3\frac{1}{4}$. volte 10; cioe rad. $3\frac{1}{4}$. via radic. 100. fa rad. 325. però il cubo di rad. $3\frac{1}{4}$. p̄ $1\frac{1}{2}$. fara rad. 325. piu 18.

Di rad. 756. p̄ 27. la rad. cuba è rad. $5\frac{1}{4}$ p̄ $1\frac{1}{2}$.

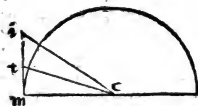
Proua che si fa cubando rad. $5\frac{1}{4}$. piu $1\frac{1}{2}$.

rad. $5\frac{1}{4}$. piu $1\frac{1}{2}$.
rad. $5\frac{1}{4}$. piu $1\frac{1}{2}$.

$7\frac{1}{2}$. piu 3. volte rad. $5\frac{1}{4}$.
$1\frac{1}{2}$. piu rad. $5\frac{1}{4}$.

$11\frac{1}{4}$. p̄ 3. volte $5\frac{1}{4}$. cioe p̄ $15\frac{3}{4}$. che fa 27. & volte $7\frac{1}{2}$. rad. $5\frac{1}{4}$. & volte $1\frac{1}{2}$. volte 3. radice $5\frac{1}{4}$. che è volte $4\frac{1}{2}$. & però in tutto volte 12; che radice $5\frac{1}{4}$. 12 volte; cioe radic. 144. via rad. $5\frac{1}{4}$. fa rad. 756. però il cubo di rad. $5\frac{1}{4}$. p̄ $1\frac{1}{2}$. è rad. 756. piu 27.

rad. $3\frac{1}{4}$. m̄ $1\frac{1}{2}$. resta a punto 3; & però il valore della cosa essere 3. Et quanto al secondo, radice vniuersal cuba radice 756. piu 27; la sua radice cuba essere radice $5\frac{1}{4}$. piu $1\frac{1}{2}$. dal quale cauato il suo residuo, cioe radice $5\frac{1}{4}$. meno $1\frac{1}{2}$. resta a punto 3, che e il valore della cosa, & così benissimo conosciamo quelle due quãtita composte di binomio cubo, & suo residuo nominate di sopra dall'Auttore essere rationali, eguali, & perche; Et questo basti per hora riserbandomi a luogo cõueniente (quando a Dio piacerà (a laude, & gloria del quale per beneficio del prossimo, & ornamento della Dottrina; tendono intentamente le mie fatiche) liberandomi da queste nebbiose carceri di incommodi, & litigij, ridurmi a stato tranquillo) il mostrare come esse radici cube con molta facilità, & sicuramente si trouino; & il trattare a pieno della vera causa, & origine delle quantita irrationali, & come sempre ottimamente ci possiamo certificare della qualita, & valore d'esse, & assicurarci d'essere penetrati alle più intime parti della Dottrina, con saperlo esattamente prouare.

Et se seguẽdo vorremo trouare quẽsto sia la lunghezza del lato del 30.agono,& anco del 60.agono regolari,circõscritti al Cerchio,potremo cõsiderare,che,quãdo il diametro del Cerchio è 400. millioni,all'hora il lato del quindecagono inconscrittoli è piu di 85022624$\frac{6}{10}\frac{5}{0}$.ma non arriua à 85022624$\frac{6}{10}\frac{8}{0}$.o vogliamo dire(leuando i rotti,& perciò moltiplicando per 100)quando il diametro del Cerchio è 40000. millioni, all'hora il lato del quindecagono circonscrittoli è piu di 8502262465,ma non arriua a 8502262468;però se poneremo nõ il diametro,ma il semidiametro 40000 millioni,all'hora non il lato, ma il semilato del quindecagono sara piu di 8502262465; ma non arriuara a 8502262468. Onde nella figura del margine,sia m i, il semilato del quindecagono circonscritto,& però piu di 8502262465,ma meno di 8502262468;essendo c m,semidiametro del Cerchio 40000.millioni,& diuidasi l'angolo m c i,del centro in due parti eguali cõ la linea c t, accioche la m t,sia il semilato del 30.agono regolare da circonscriuere all'istesso Cerchio,che perciò per la prima parte della 3.propositione del 6.lib. de gli Elementi d'Euclide sara da c i,a c m, come da i t,a t m,&c.

da c i,a c m, come
da i t,a t m, però congiuntamente
da {t i, t m} a t m, come
da {c i, c m} cioe da i m,a t m;
Però permutatamente
da {i c 40893623794$\frac{2}{10}\frac{2}{0}\frac{6}{0}$,& più; c m 40000000000} cioè
da 80893623794,$\frac{2}{10}\frac{2}{0}\frac{6}{0}$,& più
ad m i; 8502262468,& meno
sarà come da c m,ad m t;Cioe da c m,ad m t.
sara come da 80893623794$\frac{2}{10}\frac{2}{0}\frac{6}{0}$,& più
a 8502262468.& meno.

Onde posto m t,semilato del 30.agono 8502262468.intieramente,all'hora sara c m;semidiametro del cerchio tanto maggiormente piu di 80893623794$\frac{2}{10}\frac{2}{0}\frac{6}{0}$.Ma seruendoci per commodità della medesima figura sempre;poniamo che il semilato del 30.agono si chiami m i;chiamandosi c m;il semidiametro del Cerchio,al quale egli conuenientemente si circonscriuesse.

```
         8502262465
         8502262465
                216
        -----------
        42511312325
       51013574790
      204054299160
    1836488691440
       8502262465
  7226923095225
  72288467023747876225.   & più è il □.di m i,semilato del quindecagono
16.con 20.zen.            è il quadrato di c m.semidiametro.
167228846702374787 6225.  & più è il quadrato di c i.
 . . . . . . . . . . . .
 4 0 8 9 3 6 2 3 7 9 4 2/10 2/0 6/0,& piu sara c i.
  7228
   76484               8179 1854492, } & più
    296367                     226,  }
     5101802              21869
      19460637            55112
       319119347
        64957 61887
         77065461862
          345693912125
           18549921789, } & più
           81787247589, }
```

Hora

Hora posto m i, semilato del 60. agono 8502262468. sarà c m, semidiametro del Cerchio, al quale egli si circonscriuesse.

più di 80893623794 $\frac{226}{1000}$

80893623794 $\frac{226}{1000}$ 452

323574495176
42064684372 88 questo
323574495176 rotto cō
728042614146 il □. del
566255366558 $\frac{226}{1000}$.
241680871382 fa $\frac{9}{10}$,
161787247588 & più.
291217045684
728041614146
647148990352
647148990352

6543778370561766872490 $\frac{9}{10}$ & più è il □. di c m
7218846707476145 1024 □. di m i

66160668376365283235514 $\frac{9}{10}$ & più è il □. di c i.

8 1 3 3 9 2 0 8 4 8 9 $\frac{110}{1000}$ & più farà c i.

216 162679 | 19518660
5506 119
63768 325076
1497937 1623970
3391663
1380996518
7946916431
144978977635
1483624413114
19518660393
162678416978
168231832283. 345
7861 $\frac{1}{2}$, & più

811164 6161 672 $\frac{1}{2}$
113562982598341 5
136275579118609 80
340688947795 0 245

117539341099. $\frac{5516717\frac{1}{2}}{10000000}$ & più faria A C.

mi. 8502262468. da moltiplicare
8502262465. in se stesso, del quale è già noto il □.

somma 17004524933
differenza 3

51013574799. è quello in che son differenti.
72288467023747876225. quadr. noto,

72288467074761451024. quadr. di m i.
c i. 81339 08489 $\frac{110}{1000}$, & più
c m. 80793623794 $\frac{226}{1000}$, & più

somma 162 1318322 83 $\frac{345}{1000}$, & più

Et questo sara il semidiametro del Cerchio, quando il semilato del 60. agono si pona 8502262468. Ouero volendo supponerli essere, l'vno il lato intiero, & l'altro il diametro intiero, potremo dire, che il diametro del Cerchio sara 1622328322 83 $\frac{345}{1000}$, & più, quādo il lato del 60. agono sia 8502262468. Et però l'ambito d'esso 60. agono circonscritto ad esso Cerchio, verria ad essere 510135748080. Onde volendo che il diametro del Cerchio sia non più, ma solo 1622328322 83 $\frac{345}{1000}$. all'hora l'ambito del 60. agono circonscrittoli non arriuara a 510135748080 & la sua quarta parte non arriuara a 127533937020. Ma hauendo noi visto nella figura già adoprata nell'esamine della Quadratura del Cerchio scritta dal Raymaro, & posta di nuouo in margine per commodità, che quando il diametro A B. del Cerchio è 1. la A C, segante douendo essere eguale alla da lei segata B D, toccante sarà $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$, & più sapremo, che ponendosi il diametro A B, essere 1622328322 83 $\frac{345}{1000}$, all'hora la A C, saria 117539341099. $\frac{5516716\frac{1}{2}}{10000000}$, & più. Ma a questa quātità non arriua la quarta parte dell'ambito del 60. agono regolare circonscritto al detto Cerchio, poiche essa quarta parte è manco di 127533937020, però conosciamo che anco nel 60 agōno circonscritto al Cerchio, auuiene che alla quarta parte del suo ambito fatto eguale la linea A S. ella restarà di sopra dalla A C; cioè il punto S, restarà nell'arco A C B, fra il C, & l'A; onde allungata essa A S; fino che seghi la contingēte, & sia in T; la B T, (che è più lunga della sua parte B D, & però della A C, a lei eguale) sarà più lunga della A S.

Et

rad. 1000000000000000000400000000000000000

. . . .

4 4 7 2 1 3 5 9 5 4 9 9 9 5 7 9 3.
& più, ma non arriua a 4.

400
6400
19100
121600
3215900
53263100
854177500
4919311900
44717597500
894050988400
8906651659900
85680694099900
518224690999900
7101109549997500
84011921299803100
351847410982275900

447213595499957793, & più, ma non arriua a 4.

rad. ❘ 527864045000420 6, & più, ma non arriua a 7 ❘

è 7 2 6 5 4 2 5 2 $\frac{8}{100}$, & più, ma nõ arriua a $\frac{81}{100}$

378
9464
78804
617950
3673400
76723642
406941706
116324702
145308504

14531 ❘ 1163247 — 80 & più — 767

Et perche mediante le operationi superiori nella figura doue si cercò il lato del Quindecagono inscritto al Cerchio, habbiamo noto il numero della lunghezza del lato q o; del pentagono regolare inscritto al Cerchio, se anco vorremo hauer nota similmente per numero la lunghezza del lato u z, del pẽtagono circõscrittoli, che è (nella figura qui posta) equidestante al lato q o; dell'inscritto (essendo essi lati, inscritto, & circonscritto terminati dalle due rette medesime c q u, & c o z, che vẽgono dal centro) noi operaremo come in margine si vede.

c q. semidiametro, ouero c t, ouero c o, è 2.

q o. lato del pentagono inscritto radice ❘ 10. meno rad. 20 ❘

c a. perpendicolare nel triangolo isosceele, o equicrure, o c q. sopra alla base q o; lato del pentagono inscritto è rad. $\frac{1}{4}$. piu $\frac{1}{2}$.

Se c a, perpendicolare rad. 1 $\frac{1}{4}$. p̄ 1 $\frac{1}{2}$.
suo reciso rad. 1 $\frac{1}{4}$. m̄ 1 $\frac{1}{2}$.

1. partitor semplice

Ha per numero della base q o rad. ❘ 10. m̄ ra. 20 ❘
moltiplicante cõmune, cioe ra. ❘ 1 $\frac{1}{2}$. m̄ ra. 1 $\frac{1}{4}$. ❘

la linea c t. perpẽdicolare nell'altro triangolo; qual linea è il semidiametro. 2. Ch'hauerà p numero della base u z;

Questo moltiplicante commune, moltiplicato via c t. 2; cioe via rad. ❘ 4 ❘. fa rad. ❘ 6. meno rad. 20 ❘, Et questo via q o; rad. ❘ 19. meno rad. 20 ❘, fa rad. ❘ 80 meno rad. 5120 ❘, & quella è la u z; lato del pentagono circonscritto al Cerchio, che habbi 4. per diametro.

Però quando il diametro del Cerchio sia. 1. all'hora il lato del pentagono circonscritto sara rad. 5. meno rad. 20 ❘. Et il lato del pentagono inscritto, sara rad. ❘ $\frac{5}{8}$ meno rad. $\frac{5}{64}$ ❘. Et quando il diametro del Cerchio sia 100. millioni, cioè 100000000, all'hora il lato del pentagono circonscritto sara rad. ❘ 5. con 16. zeri, meno rad. 20. con 32. zeri ❘ Cioè 72654252 $\frac{8}{100}$, & piu, ma non arriuara a 72654252 $\frac{81}{100}$. Et il lato del pentagono inscritto sara radice ❘ 6250000000000000 meno radice 781250000000000000000000000000 ❘, cioè & piu, ma non arriuara a

Et se bene Archimede per commodità cominciò dal lato dell'Esagono, seguendo il Duodecagono, & seguenti, noi potressimo anco fare il medesimo, con il lato del Quadrato, o del Pentagono, o del Quindecagono, & da loro dependenti. Ma qui terminaremo la presente Opera.

LAVS DEO SEMPER.

COME SI TROVI LA GRANDEZZA, O SVPERFICIE DEL CERCHIO.

COnosciuta la proportione,o conuenienza propinqua al vero che hanno fra loro la Circonf. & il diametro del Cerchio,noi hauendo nota la Circonf.potremo trouarepropinquamente la lunghezza del diamet.& conuersamete qñ si hauerà noto la lūghezza del diametro, potremo trouare propinquamente la lūghezza della Circonf.& poi mediante la notitia del Diametro, & della Circonferenza potremo trouare la grandezza del Cerchio; perche ella è eguale precisemente ad vn Quadrangolo rettangolo che sia contenuto dalla mità del diametro, & dalla mità della circonferenza, o vogliamo dire che habbi per lunghezza la mità della circonferenza, & per larghezza la mità del diametro, come si caua dalla prima propositione del Trat.d'Archimede,De dimensione Circuli; Onde quando si hauesse la precise notitia, & del Diametro, & della Circonferenza del Cerchio,all'hora si haueria ancora la precise notitia della grandezza del Cerchio,& essa grandezza sarla il prodotto che nascesse a moltiplicare la mità del diametro, via la mità della circonferenza; ilche accioche appara chiaramente, qui sotto si ponerà la detta prima propositione, o dimostratione d'Archimede.

ARCHIMEDIS CIRCVLI DIMENSIO. PROPOSITIO I.

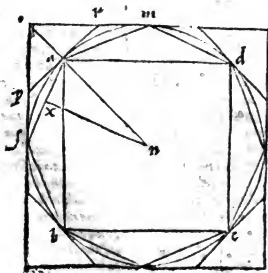
Quilibet circulus æqualis est triangulo rectangulo: cuius quidem semiadiameter vni laterum,quæ circa rectum angulum sunt, ambitus vero basi eius est æqualis.

SIt a b c d,circulus vt ponitur.Dico eum æqualem esse trian.e.si enim fieri potest,sit primũ maior circulus: & ipsi inscribatur quadratum a c: secentnrq; circunferentiæ bifariam: & sint portiones iam minores excessu,quo circulus ipsum triangulum excedit. Erit figura rectilinea adhuc triangulo maior. Sumatur centrum n; & perpendicularis n x, minor est igitur n x trianguli latere: est autem & ambitus rectilineæ figuræ reliquo latere minor; quoniam & minor est circuli ambitu, quare figura rectilinea minor est triangulo e: quod est absurdum.

Sit deinde,si fieri potest,circulus minor triangulo e: & circumscribatur quadratum: circumferentijsq;bifariam sectis per ea puncta contingentes lineæ ducantur:erit angulus o a r rectus,& idcirco linea o r maior,quam r m;quod r m ipsi r a sit æqualis. triangulum igitur r o p,maius est quam dimidium figuræ o f a m. itaq;sumantur portiones ipsi p f a similes; quæ quidem minores sint eo, quo triangulum e excedit circulum a b c d, erit figura circumscripta adhuc triangulo e minor:quod item est absurdum,cum sit maior: nam ipsa quidem n a æqualis est trianguli catheto:ambitus vero maior est basi eiusdem. Ex quibus sequitur circulum triangulo e æqualẽ esse.

Cioè

Qual si vogli cerchio è eguale al triangolo rettangolo, il semidiametro del quale è eguale ad vno delli lati che sono intorno all'angolo retto,ma l'ambito(*o circonferenza*)è eguale alla base, *ò vogliamo dire all'altro lato che circonda il detto angolo retto.*

Sia il circolo a b c d, come si pone (*cioe che al mezo diametro d'esso sia eguale il lato minore del triangolo rettangolo e, & all'ambito, o circonferenza d'esso sia eguale il lato mezzano del, medesmo triangolo e,che insieme con il lato minore detto constituiscono l'angolo retto d'esso triangolo*)Dico egli(*cioè esso cerchio*) essere eguale al triangolo e. perche se possibile è sia primamente il circolo maggiore (*cioe se l'auersario negarà il circolo essere eguale a detto triangolo e. all'hora egli verrà a dire, esso circolo essere ò maggiore, o minore di detto triangolo: hor sia primamente se possibile è che si dica il circolo essere maggiore del triangolo e*) & in esso si inscriua il quadrato a c: & si seghino le circonferenze per mezo: & gia siano le portioni minori dell' eccesso, in che il cerchio eccede esso triangolo (*cioe dicendosi per l'auersario il circolo essere maggiore del triangolo e,egli saria maggiore di lui in qualche cosa,hor sia l'eccesso,o maggiorãza eguale alla superficie data r. E perche (come si manifesta dalla seconda propositione del xij. d'Euclide,proposto vn Cerchio è possibile inscriuere in esso vn rettilineo equilatero tale che la superficie del composto delle portioni*

rimanenti del Cerchio sia minore di qual si vogli superficie data, ne segue che sia possibile andar tante volte diuidendo per mezo di mano in mano, li archi, o parti di circonferenza del cerchio nell'inscriuere di mano in mano rettilinei equilateri, ciascuno de' quali di mano in mano sia di lati in numero doppio al suo prossimo antecedente, che finalmente si peruenga a rettilineo tale, la differenza del quale al cerchio sia minore della superficie data r, o vogliamo dire che finalmente si peruenga a rettilineo tale che le portioni del cerchio, che oltre ad esso rettileo rimangono nel Cerchio, cioe quello in che il Cerchio supera esso rettilineo sia minore della superficie data r. hor sia che con la continua diuisione delli archi per mezo, & inscrittione de rettilinei nel cerchio siamo peruenuti a rettilineo tale che le restãti portioni del Cerchio in che egli è differente dal cerchio siano minori della superficie r. eccesso dato in che l'aduersario suppone il cerchio essere maggiore del triangolo e. che ancora la figura rettilinea sarà maggiore del triangolo, cioe se il cerchio per l'aduersario supera il triangolo e, nella superficie data r, ne segue che fra il triangolo e & la superficie r si componga il cerchio, ma ancora egli si compone del rettilineo ultimamente inscrittoli, & desse portioni che rimangono, onde se le portioni da se sono minori della superficie r, conuiene che in quello in che esse sono minori di detta superficie r, supplisca poi il rettilineo, cioe ch'egli sia maggiore del triangolo e, & in quella medesma quantità a punto in che le portioni detti dette saranno minori della supercie r. Onde sin hora sappiamo che quando l'aduersario dica il Cerchio essere maggiore del triangolo e, ne seguirà che si possa inscriuere in esso cerchio vn rettilineo, quale ancor egli sia maggiore del medesimo triangolo e, & supponiamo esso rettilineo essere quello che si è vltimamente inscritto nel cerchio detto. Piglisi il centro n, & la perpendiculare n x, cioe trouato il centro n, del cerchio da esso centro al lato rettilineo detto vltimamente inscritto si tiri ad angoli retti la n x, quale per la seconda parte della terza propositione del terzo libro d'Euclide, segarà esso lato per mezo, & perche essa n x nõ arriuarà alla circonferenza del cerchio, ella verrà ad essere minore del semidiametro del Cerchio, adunque n x, è minore del lato del triangolo, che è posto eguale al semidiametro del Cerchio, ma ancora l'ambito della figura rettilinea è minore del restante lato, perche è anco minore dell'ambito del Cerchio, che essendosi posto il restante lato che circonda l'angolo retto nel triangolo e, eguale alla circonferenza del Cerchio, perche l'ambito del rettilineo inscritto nel Cerchio è sempre minore dell'ambito, o circonferenza del cerchio (poiche ciascun lato del rettilineo da se, è minore di ciascuno delli archi, o parte di circonferenza di che egli è corda) ne segue che esso ambito sia similmente minore del restante lato detto del triangolo e, perilche la figura rettilinea è minore del triangolo e, che la superficie, o grandezza della figura rettilinea equilatera inscritta nel cerchio si contiene dal prodotto che nasce a moltiplicare la linea n x (tirata dal centro del cerchio o figura detta, perpendicularmente ad vno delli suoi lati) via la mità dell'ambito d'essa figura, cioè è eguale ad vn quadran. rettã. che habbi per lunghezza la mità dell'ambito d'essa figura rettilinea, & per larghezza habbi la linea che va perpendicolarmente dal centro del cerchio, o figura ad vn de suoi lati, o vogliamo dire (che risulta l'istesso) la superficie della figura rettilinea equilatera detta inscritta nel cerchio, è eguale ad vn triangolo rettangolo, nel quale delli dui lati che circondano l'angolo retto, l'vno sia eguale all'ambito totale della figura rettilinea, & l'altro sia eguale alla linea che va dal centro del cerchio perpendicolarmente ad vno de lati del rettilineo; ma nel triangolo rettangolo e, delli dui lati che circondano l'angolo retto, ciascun d'essi è maggiore del suo corrispondente delli dui lati che circondano l'angolo retto del triangolo rettangolo che sia eguale alla figura rettilinea detta inscritta nel Cerchio, perche il primo lato nel triangolo e, è lungo quanto il semidiametro del cerchio, & però è maggiore del primo lato nell'altro triangolo, che è lungo

sole

solo quanto è la perpendicolare che va dal centro del cerchio a mezo il lato del rettilineo , & il secondo lato nel triangolo e,è lungo quanto la circonferenza,o ambito del cerchio,& però è maggiore del secondo lato nell'altro triangolo , che è lungo solo quanto è l'ambito della figura rettilinea inscritta nel cerchio,però il triangolo e sarà maggiore dell'altro triangolo,o vogliamo dire l'altro triangolo che è eguale al rettilineo inscritto , & però il rettilineo istesso sarà minore del trangolo e,che il prodotto che nasce a moltiplicare insieme i dui lati che circondano l'angolo retto in quel triangolo(qual prodotto è sempre doppio alla superficie del triangolo)è minore del prodotto che nasce a moltiplicare insieme i dui lati,che circondano l'angolo retto nel triangolo e, poiche come s'è detto , ciascuno delli lati di quel triangolo è minore delli lati corrispondetili del triangolo e , il che è absordo , *o inconueniente , essendosi già di sopra concluso esso rettilineo essere maggiore del detto triangolo e (che è impossibile l'istesso rettilineo potere essere , & maggiore, & minore d'vn medesmo triangolo e) però è anco inconueniente,o impossibile, che il circolo sia maggiore del triangolo e .*

Sia dipoi,se possibile è,il circolo minore del triangolo e; & se gli circonscriui vn quadrato, & segate le circonferenze , *che sono fra li dui punti di mano in mano , doue i lati del quadrato toccano la circonferenza del cerchio* per mezo, per essi punti *delli segamenti, o diuisioni* si tirino le linee contingenti, *o vogliamo dire toccanti il cerchio,cioe che siano ad angoli retti ciascuna d'esse a quelle linee , o semidiametri che venissero dal centro del cerchio alli punti delle diuisioni , o contingentie,allungandole da ciascuna parte fino che concorrano con i lati del quadrato o figura antecedente già circonscritta , che così si verrà a circonscriuere al cerchio vn'altra figura equiangola,& equilatera di lati in numero doppij alla antecedente circonscritta,& però hora si verrà a circonscriuerli vn'ottagono,*l'angolo o a r,sarà retto, *essendo la linea a r contingente al cerchio in punto a, & però perpendicolare alla n a o,che viene dal centro del cerchio,* perilche la linea o r,sara maggiore,che la r m;per essere la rm,eguale alla r a , *che delle due linee r m, & r a, toccanti il cerchio l'vna è eguale all'altra per la 36. del terzo d'Euclide , ma la linea o r , che nel triangolo rettangolo o a r,s'oppone all'angolo retto o a r,è maggiore dell'a r (vno delli lati,che circondano detto angolo retto) però essa o r,sarà ancor maggiore della r m. & considerati li dui trianpoli o r a, & m r a, che hauendo le loro basi o r, & m r, indiretto sopra ad vna medesma linea retta arriuano con le cime loro ad vn'istesso punto o, & però hanno vn'istessa altezza, perche la base o r,dell'vno è maggiore della base m r dell'altro, ancora l'vn triangolo o r a (per la prima del sesto libro d'Euclide)sarà maggiore dell'altro triangolo m r a; & però l'vn triangolo o r a,tanto maggiormente sarà maggiore della figura mista contenuta dalle due rette m r, & r a,& dall'arco,o parte di circonferenza m a,perche essa figura mista è minore dell'altro triangolo m r a,detto, essendo ella contenuta in detto triangolo;& per la medesma causa ancora il triangolo p o a,sarà maggiore che la figura mista f p a,contenuta dalle due rette f p, & p a, & dall'arco,o parte di circonferenza f a; onde ciascuno delli dui triangoli o r a, & p o a, sarà più della mità di ciascuna delle due figure miste o m a, & o f a ,* adunque il triangolo r o p,*(che contiene li dui o r a,& p o a,detti)*è maggiore che la mità della figura o f a m, *mista, che contiene le due figure miste o m a,& o f a, dette,* & così si piglino le portioni simili alla p f a, le quali siano minori di quello in che il triangolo e eccede il cerchio a b c d , *cioe dicendosi per l'aduersario il circolo essere minore del triangolo e,egli saria minore di lui in qualche cosa,hor sia il mancamento,o minoranza,o vogliamo dire conuersamente ; hor sia quello in che l'aduersario suppone il triangolo e,eccedere il cerchio,eguale alla superficie data .d. Et auertasi che al cerchio, circonscritto il quadrato, l'aduersario non potrà dire che ancoil quadrato sia minore del triangolo e , perche si prouara esso quadrato di necessità essere maggiore del triangolo,dicendo, Di ciascuna figura rettilinea equilatera , & equiangola inscritta , o circonscritta al cerchio la sua superficie , o grandezza è eguale alla mità del prodotto che nasce a moltiplicare l'ambito d'essa figura via la linea che va dal centro perpendicolarmente ad vno de lati d'essa figura (come si manifesta risoluendo esse figure in tanti triangoli,quanti sono i suoi lati, & che essi lati siano le basi loro,essendo le perpendicolari de triangoli le linee che dal centro vadano perpendicolarmente alle loro basi,o al mezo de lati delle figure,nel qual centro siano le cime de triangoli detti)ma nel quadrato circonscritto al cerchio , l'ambito d'esso è maggiore della circonferenza del cerchio , & però è maggiore della base del triangolo e)posta eguale alla circonferenza del cerchio)& nel medesmo quadrato la linea che va dal centro perpendicolarmente a qual si vogli lato del quadrato è il semidiametro del cerchio(essendo i lati del quadrato contingenti al cerchio)& però è eguale all'altro lato minore del triangolo e , che insieme con la base circonda l'angolo retto d'esso triangolo e; perilche maggiore sarà il prodotto del semidiametro del cerchio, via l'ambito del quadrato, che via la base del triangolo e; cioe maggiore sarà il doppio della superficie del quadrato, che il doppio*

pio della superficie del triangolo e, onde ancora la mita di quel prodotto, cioe la superficie del quadrato sara maggiore della mita di quest'altro prodotto, cioe della superficie del triangolo e, essendo dunque il quadrato circonscritto maggiore del triangolo e; & per l'aduersario essendo il triangolo e, maggiore del cerchio a b c d, nella superficie d, ne segue che l'eccesso del quadrato sopra al cerchio, cioe le quattro figure miste contenute ciascuna da dui semilati del quadrato, & dalla quarta parte della circonferenza del cerchio, o vogliamo dire le superficie contenute dalli lati del quadrato, & dalla circonferenza del cerchio siano maggiori che l'eccesso del triangolo e, sopra al cerchio, cioe siano maggiori della superficie d; hora alle quattro figure miste dette, o eccesso del quadrato sopra al cerchio, poniamo essere eguale la superficie . e. che perciò ella sara maggiore della d, eccesso del triangolo e, sopra al cerchio a b c d (essendosi prouato il quadrato essere maggiore del triangolo e) E perche (come dimostra la prima propositione del decimo libro d'Euclide,) proposte due grandezze ineguali (e, & d) se dalla maggiore (cioe hora dalla e) si leui più della mita, & da quello che resta di nuouo si caui più della mita, & da quello che resta si caui pure più della mita, & cosi si segua di mano in mano cauando da ciascun restante più della mita, è necessario che per questa continua detrattione, finalmente si peruenga a restante che sia minore della grandezza minore delle due ineguali proposte (che hora è d) ne segue che se dalla superficie, e, cioe dall'eccesso del quadrato sopra al cerchio ne cauaremo più della mita, & dal restante ne cauaremo piu della mità & cosi si vada continuando a cauare più della mità da ciascun restante di mano in mano, ne segue dico che finalmente ne restarà quantita minore della superficie d, ma si è prouato di sopra che il triangolo r o p. è maggiore della mità della figura mista o f a m. che è vna delle quattro figure miste eguali, in che il quadrato eccede il cerchio, & però da essa figura mista leuando il triangolo r o p. si viene a leuarne più della mità, & per la medesma causa di ciascuna dell'altre tre figure miste simili, & eguali alla o f a m, leuando il suo triangolo simile, & eguale al triangolo r o p. se ne viene a leuare più della mità, perilche da tutte quattro le figure miste, cioè dall'eccesso del quadrato sopra al Cerchio, leuando li sui quattro triangoli detti, si viene a leuarne più della mità, ma il leuare essi quattro triangoli da dette figure, o eccesso del quadrato sopra al cerchio, è apunto il circonscriuere al cerchio, vn'ottagono equilatero, & equiangolo, cioe la figura di lati in numero doppio al quadrato già circonscritto, però conosciamo che al cerchio circonscriuendo l'ottagono, si viene a leuare più della mità dell'eccesso del quadrato sopra al cerchio; & per le medesme cause, & nel medesmo modo, al cerchio circonscriuendosi il 16. agono si verrà a leuare più della mità dall'eccesso dell'ottagono sopra al cerchio, ma l'eccesso dell'ottagono sopra al cerchio è quello che resta a cauare piu della mità dall'eccesso del quad. sopra al cerchio, o vogliamo dire è quello che resta a cauare più della mità dalla superficie e, però doppo il quadrato, circonscriuendosi l'ottagono, & poi il 16. agono, si viene dalla superficie, e, a cauarne più della mità, & dal restante (che chiamaremo primo) a cauarne più della mità, & seguendo a circonscriuere al cerchio il 32. agono, poi il 64. agono, poi il 128. agono, &c. si verria a cauare dal secondo restente più della mità, & poi dal terzo restante più della mità, & poi dal quarto restante più della mità, &c. & perche con il cauare dalla quantità e, più della mità, & dal restante più della mità, & dal restante piu della mità, & cosi seguendo per ordine con questa sorte di dettrattione (ch'hora è quanto seguire per ordine a circonscriuere al cerchio di mano in mano figure di lati in numero doppio ciascuna alla antecedente circonscritta) sappiamo che è necessario peruenire a restante tale che sia minore della superficie d, (eccesso dato dall'aduersario del triangolo e, sopra al cerchio) cioe a rettilineo circonscritto tale, che l'eccesso d'esso sopra al cerchio sia minore della superficie d; Potendosi dunque circonscriuere al cerchio rettilineo tale che lo ecceda in quantità minore della superficie d, cioe, che lo ecceda in manco di quello, in che il triangolo e, eccede il medesmo cerchio; & perche di due quantità paragonate ad vna istessa data minore; quella d'esse che eccede la data in manco, è anco minore dell'altra, ne segue che all'hora la figura circonscritta al cerchio, cioè il rettilineo equiangolo, & equilatero circonscrittoli con l'ordine, & modo detto, sarà minore del triangolo e; ilche ancora è absordo, o inconueniente essendo ella maggiore; perche essa n a, cioe la linea che dal centro del cerchio, o figura andarà perpendicolarmente a mezo qual si vogli lato d'essa (essendo perpendicolare di ciascuno de triangoli (che haueriano la cima nel centro) in che la figura, o rettilineo si risoluesse, o diuidesse) è eguale al catetto del triangolo, cioe al lato minore perpendicolare alla base del triangolo e, posto eguale al semidiametro del cerchio, come è anco la n a, o linea detta la quale va dal centro del cerchio alla sua circonferenza nel punto doue il lato del rettilineo circonscritto tocca il cerchio: ma l'ambito d'esso rettilineo circonscritto è maggiore della base del medesmo triangolo e, perche l'ambito del rettilineo circonscritto è maggiore della circonferenza del cerchio, alla quale si è posto eguale la base del triangolo e, onde maggiore è il prodotto del semidia-

diametro via l'ambito del rettilineo circonscritto, che via la base del triangolo e, & però maggiore è il doppio della superficie del rettilineo circonscritto, che il doppio della superficie del triangolo e, & per ò finalmente maggiore è il rettilineo circonscritto, che non è il triangolo e; onde conosciamo, che dicendosi dall'auuersario il circolo essere minore del triangolo e, ne seguiria potersi circonscriuere al cerchio rettilineo equiangolo che fusse minore del triangolo e, siche è impossibile (poiche ciascuno rettilineo circonscritto conuiene che sia maggiore d'esso triangolo e, essendo maggiore l'ambito di ciascun rettilineo circonscritto, che la circonferenza del cerchio, o base del triangolo e;) però impossibile è ancora che il circolo sia minore del triangolo e; dalle quali cose, *cioe dall'hauer prouato che il circolo a b c d; non puo essere ne maggiore, ne minore del triangolo e,* ne segue il circolo essere il triangolo e; *& però la grandezza del cerchio essere il prodotto, che nasce a moltiplicare il semidiametro via la mità della circonferenza.*

Hora se seruendoci di quanto habbiamo fin qui imparato vorremo per esempio mediante la circonferenza del cerchio che si diuida per mezo il globo, o palla, o vogliamo dire sfera, quale si compone dalli dui elementi Terra, & Aqua insieme vniti, trouare quanto è la grandezza d'esso globo, o sfera, supponendo che di d. cerchio (quale potremo chiamare, o nominare (se cosi si piacerà) orizonte terrestre, che ha il suo centro nel centro d'esso globo) la circonferenza) che si può dire il giro d'esso globo, o palla nel suo colmo, o maggior grossezza) sia miglia 21600. quali nascono dal moltiplicare gradi 360. in che per comodità si diuide la circonferenza di ciascun cerchio via miglia 60. che si pone essere di lunghezza ciascun grado nella circonferenza dell'Orizonte, o cerchio a lui eguale in esso globo. o vogliamo dire via miglia 60. in che si diuide ciascũ grado, & che perciò si considerano le miglia essere tali che 60. d'esse faccino apunto vn grado.

Noi per trouare detta grossezza mediante il giro, diremo. quando il diametro del cerchio è 10000. habbiamo concluso la circonferenza essere quasi 31416. cioe non arriuare intieramente al numero 31416. onde conuersamẽte hauendo vn cerchio la circonferenza del quale fusse precise 31416. all'hora il suo diametro verria ad essere alquanto piu di 10000, però nel nostro caso, mediante la regola del tre, potremo dire, Se 31416. di circonferenza importa 10000. di diametro, & alquanto, più che importarà 21600. miglia di circonferenza? o vogliamo dire, Quando la circonferenza del cerchio sia 31416. il diametro è alquanto piu di 10000. hora che la circonferenza è 21600. miglia, quanto sarà il diametro?

Circonferenza	Diametro scarso	Circonferenza
31416	10000	miglia 21600

216000000
6875
275040
237120
172080
15000

Diam. scarso miglia $6875 \frac{15000}{31416}$

Circonferenza	Diametro scarso	Circonferenza
22	7	miglia 21600

151200
75600

miglia $6872 \frac{8}{11}$. è il diametro scarso

Onde moltiplicãdo miglia 21600. per 10000. che fa miglia 216000000. & queste partite per 31416. ne viene miglia $6875 \frac{15000}{31416}$. però miglia $6875. \frac{15000}{31416}$. & alquanto più, & perciò con più comodità miglia 6876. in circa, potremo dire essere il diametro cercato del cerchio proposto, & consequentemente la grossezza del globo terrestre essere circa a miglia 6876.

Et se volessimo adoprare la regola ordinaria supponẽdo che quando il diam. del cerchio è 7. la circonfer. sia alquanto meno di 22. diressimo, Se alquanto manco di 22. di circonferenza dà di diametro 7. cioe Se 22. precise di circonferenza dà 7. & alquanto più di diametro, che daranno miglia 21600. di circonferenza? & vedremo che daranno miglia $6872 \frac{8}{11}$. & alquanto più di diametro, però diressimo, che la grossezza del globo terrestre fusse miglia $6872 \frac{8}{11}$. & alquanto più.

Notisi che hauendo noi concluse, che quando il diametro del cerchio è 10000. la circonferenza non arriua intieramente a 31416. & però habbiamo posta la proportione della circonferenza al diametro, quasi come di 31416. a 10000. Se bene questi dui numeri 31416. & 10000. sono comunicanti, & si possono ridurre a 15708. & 5000. anco a 7854. & 2500. & anco a 3927. & 1250

 che

che sono piu piccoli, & però si potria dire che quando il diametro è 1250. all'hora la circonferenza è quasi, cioè non arriua intieramente a 3927. noi nōdimeno ci seruiamo delli primi 31416 & 10000. perche essi sono più comodi, poiche le moltiplicationi, o partitioni, che nel trouare li diametri, o circonferenze de cerchi ci conuenissero fare per il 10000. sono breuissime, & facilissime.

E volendo trouare la grandezza, o superficie di questo cerchio che habbiamo chiamato Orizonte terrestre, noi moltiplicaremo la mità del suo diametro via la mità della sua circonferenza che il prodotto sarà la grādezza del Cerchio (ouero (che risulta l'istesso) Moltiplicaremo il diametro totale via la circonferenza totale, & del ꝓdotto pigliaremo la quarta par. cioè, lo partiremo per 4. che l'auenimento sarà la grandezza del Cerchio) onde essendo il diametro miglia $6875\frac{625}{1000}$ & più, o vogliamo dire miglia 6876. in circa, & essendo la sua circonferenza miglia 21600. molitiplicaremo mig. $3437\frac{067}{1000}$ & piu mità del diametro, via miglia 10800, mità della circonferenza, che fa miglia quadre $37127578\frac{308}{1000}$. & piu; però diremo che la grandezza del cerchio detto (cioe che passando per il centro del globo terrestre lo segasse per mezo è $37127578\frac{308}{1000}$. & piu, miglia quadre cioe che esse continiria $37127578\frac{308}{1000}$. volte & più. vn quadrato di superficie, che fusse lungo vn miglio, & largo vn miglio, o vogliamo dire che esso cerchio è eguale ad vn quadrangolo rettangolo che sia lungo miglia $37127578\frac{308}{1000}$. & alquanto piu, & sia largo vn miglio solo. Però chi volesse trouare quanto sia lungo, & largo vn quadrato che fusse eguale a questo quadrangolo, & consequentemente al cerchio proposto, potria pigliare la radice quadra di questo numero $37127578\frac{308}{1000}$. che saria $6093\frac{2020}{10000}$. & alquanto più, & cosi concluderia, che il quadrato cercato douesse essere miglia $6093\frac{2020}{10000}$. & alquanto più per ciascun lato.

mità della Circonferenza	10800.
mità del diametro	$3437\frac{067}{1000}$. & più

756
648
972
10441600
7978
12806
10250
10870
$7978\frac{308}{1000}$
27496
3437

miglia $37127578\frac{308}{1000}$. quadre, & più, è la grandezza, ò superficie del cerchio.

Ouero

mità della Circonferenza	10800
mità del diametro	3438. in circa

27504
3438

miglia 37130400. in circa è la grandezza del Cerchio.

r

$37127578\frac{308}{1309}$

r

$37127578\frac{308}{1000}$
6093
11275
39478

miglia $6093\frac{2020}{10000}$. & più sarà ciascun lato del quadro, eguale al Cerchio.

E se per schiuare i rotti nel trouare la grandezza del cerchio, o Orizonte terrestre sopradetto hauessimo posto il diametro essere miglia 6876. in circa, essendo la circonferenza miglia 21600, all'hora haueressimo moltiplicato 3438. semidiametro via 10800. semicirconferenza, che fa 37130400 & però haueressimo detto la grandezza d'esso cerchio essere miglia 37130400. in circa, qual numero è anco notabilmente maggiore del $37127578\frac{308}{1000}$. & piu trouato di sopra, eccedendolo in miglia $2821\frac{011}{1000}$. (se bene questo $2821\frac{011}{1000}$. rispetto alla totale grandezza del cerchio è poco non arriuando all' $\frac{1}{13000}$. d'essa grandezza) perilche è anco ben fatto nelli calcoli delle figure di molta grandezza accostarsi più al vero con diligenza. Et perche dicendo la grandezza di detto cerchio essere miglia 37130400. in circa non sappiamo se questo numero è minore del douere (come è l'altro $37127578\frac{308}{1000}$.) o se eccede il douere, deriuando egli, dal ponere il diametro 6876. in circa, qual numero non sappiamo se è minore del douere (come è l'altro $6875\frac{625}{1000}$) o se eccede il douere, sarà bene a chiarirsene, & lo potremo fare cosi. Di sopra trattando della proportione della circonferenza del Cerchio al suo

dia-

diametro, vltimamente concludessimo che quando il diametro si pona 49700000. all'hora la sua circonferenza non arriuarà a 156137277 $\frac{2}{5}$. ma sarà ben maggiore di 156137093 $\frac{3}{5}$. dal che veniamo a conoscere che volendo che la circonferenza arriuasse, cioe fusse precise 156137277 $\frac{2}{5}$. all'hora il diametro saria più di 49700000. Et moltiplicando cosi il numero di questa circonferenza come il numero di questo diametro per 156137893 $\frac{3}{5}$. (numero dell'altra circonferenza,

essendo la circonferenza precisemente 156137277 $\frac{2}{5}$. sarà il diametro più di 49700000.

si moltiplicano ambidue per 156137093 $\frac{3}{5}$

468411831
312274186
780686017
156137203 $\frac{3}{5}$
468411831
1405235493
1092960939
2029784601
24357415212

fa precisemente 2437882069585 2964 $\frac{1}{2}$ $\frac{6}{5}$.

4 | 6094705173963 14116

Essendo 1523676293490 81029. precise la circonferenza

156137093 $\frac{3}{5}$
1491
29820000
1092959651
76507175557

fa più di 7760013551920000
25

4 | 194000338798 00000

485000846995 00000. & più sarà il diametro.

che è scarsa) sapremo che quando la circonferenza si pona essere 2437882069585 2964 $\frac{1}{2}$ $\frac{6}{5}$. precise all'hora il diametro verrà ad essere piu di 7760013551920000. E per leuare il rotto moltiplicando cosi il diametro come la circonferenza per 25. vedremo che quando la circonferenza sia precise 6094705173963 24116 all'hora il diam. verrà ad essere piu di 194000338798000000 Et abbreuiando questi dui numeri, che sono fra loro comunicanti, partendoli per 4. vedremo, che quando la circonferenza sia precise 1523676293490 81029. all'hora il diametro verrà ad essere 485000846995 00000, & piu.

Diametro manco di 49700000
moltiplicato via 156137277 $\frac{2}{5}$

994
19880000
1092960939
765072 6572

fa manco di 7760021000950000
25

4 | 194000567169500000

485001417923 75000. & manco sarà il diametro.

Ancora conosciamo similmente, che quando la circonferenza del cerchio fusse solamente 156137093 $\frac{3}{5}$. precise, all'hora il diametro non potria arriuare, cioe saria minore di 49700000. E moltiplicando cosi il numero di questa circonferenza, come il numero di questo diametro per 156137277 $\frac{2}{5}$. (numero dell'altra circonferenza, che è soprabondante) sapremo che quando la circonferenza si pona essere 2437882069585 2964 $\frac{1}{6}$ $\frac{6}{5}$. precise, all'hora il diametro verrà ad essere manco di 7760012686780000. Et per leuare il rotto, moltiplicando cosi il diametro, come la circõferenza per 25. vedremo che quando la circon ferenza sia 6094705173963 24116. precise, all'hora il diametro verrà ad essere manco di 194000567169500000. Et abbreuiando questi dui numeri che sono fra loro comunicanti, partendoli per 4. vedremo che quando la circonferenza sia precise 1523676293490 81029. all'hora il diametro, sarà manco, cioè non arriuarà a 485001417923 75000. Onde finalmente habbiamo trouato che quando la circonferenza del Cerchio sia 1523676293490 81029. precise all'hora il suo diamet. è piu di 485000846995 00000, ma non arriua a 485001417923 75000. cioe ch esso diametro è contenuto fra detti dui numeri. Hora mediante questo potremo conoscere se essendo la circonferenaa d'vn cerchio 21600. precise il suo diametro possa arriuare, o eccedere 6876. però diremo, Se 1523676293490 81029. di circonferenza da di diametro 485000846995 00000. & pin, che darà 21600. di circonferenza? & vedremo che darà 6875 $\frac{\,}{3}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{3}{0}$. & piu, il che non arriua al 6076. dal che non potiamo conoscere se questo 6878. sia maggiore o minore del douere, Onde seguiremo a dire, se 1523676293-490 81029. di circonferenza da di diametro meno di 485001417923 75000. che darà 21600. di circonferenza? & vedremo che sarà meno di 6875 $\frac{\,}{3}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{3}{0}$. cioe che il diametro non potrà

arri-

15236762934908 1029. di circonferenza
da di diam. 4850008469950000 0. & piu
che darà? 21600 di circonferenza

9700016993990
7760013551920
1047601829506100000000
dara di diametro piu di $6875\frac{74373}{152360}$.
1333960534147147138260
1150194991544900280
836215881011330770
743777342679 15625 & piu
15236762934908 1029

$7437\frac{1}{10}$. & piu
15236

Questo rotto A. è minore del superior rotto B. perche il $\frac{4}{7}\frac{7}{6}\frac{2}{2}\frac{4}{9}\frac{2}{3}\frac{6}{4}$. &c. C. che rimane nel superiore B. è maggiore che il rotto A; che a volere che l'A, fosse eguale precisemente al B, conuerria, che il numeratore di C. fusse tal parte del suo denominatore, come è il numeratore A. del suo denominatore; ma maggior parte è il numeratore di C. del suo denominatore rispetto a quello che è il numeratore d'A. del suo denominatore; però maggiore è il totale B, che nõ è l'A.

15236762934908 1029. di circ.
da di dia. 4850014179237500 0. e meno
che darà? 21600. di circ.

9700028358 4750
7760022686 78000
1047603062715300000000
darà di dia. mãco di $6875\frac{75611}{152360}$.
1333972866208138260
1150318314154900280
837449087113330770
750109401669 25625 & meno
15236752934908 1029

$7561\frac{1}{10}$. & meno.
15236

Questo rotto A, è maggiore del superior rotto B, perche considerato al denominatore d'A. accompagnati da man destra 13. zeri in cambio delle 13. figure significatiue, egli saria minore del denominatore del rotto B. & però con il numeratore di B formaria rotto maggiore del rotto B. onde con numeratore maggiore del numeratore del rotto B, tanto maggiormente formaria rotto maggiore del rotto B, però essendo $7561\frac{1}{10}$. maggiore (intesoli accompagnati da man destra 13. zeri, ouero 75611. intesoli accompagnati da man destra 12. zeri) maggiore che il numeratore di B, è chiaro che il rotto A, essere maggiore del rotto B.

arriuare a $6875\frac{75611}{152360}$. dal che hora benissimo si conosce il 6876. essere maggiore del douere, & in piu di $\frac{76749}{152360}$. ch'è piu d $\frac{1}{2}$. perloche ancora conosciamo, che la grandezza del cerchio detto non può arriuare a miglia 37130400. che è in molte miglia minore. Et hora si potrà

diametro $6875\frac{74373}{152360}$. & piu
la mità è $3437\frac{226733}{304720}$. & piu
mità della circon. 108000

1813864
226733
2448716400
8035
109564
181480
29120
30472
$8035\frac{2640}{3800}$
27496
3437
miglia $37127635\frac{2640}{3800}$. & piu
è la grandezza del cerchio.

diametro manco di $6875\frac{75611}{152360}$.
la mità è manco di $3437\frac{227971}{304720}$.
mità della circonf. 10800

1823768
227971
2461086800
8079
243268
299540
25392
30472
$8079\frac{3173}{3808}$.
27496
3437
manco di mig. $37127679\frac{3174}{3808}$
è la grandezza del cerchio.

trà con piu diligente operatione trouare essa grãdezza molto propinquamente, perche sapendo che il diametro d esso cerchio eccede $6875\frac{74373}{152360}$, ma non arriua a $6875\frac{75611}{152360}$. essendo la circonferenza 21600 precise; Moltiplicando noi 10800. (mità della circonferenza) via $3437\frac{226733}{304720}$. & piu (mità del diametro scarso) & anco via $3437\frac{227071}{304720}$. & manco (mità del dia. eccedente) che se ne produrranno $37127635\frac{2640}{3800}$. & piu. & $37127679\frac{3174}{3808}$

&

& meno; potremo concludere la grandezza, o superficie del cerchio, o orizonte terrestre detto, essere alquanto piu di miglia $37127635\frac{2640}{4809}$. ma che non arriua a miglia $37127679\frac{3174}{4809}$. Et cosi l'haueremo chiusa fra dui numeri fra loro molto propinqui, poiche sono differenti in manco di miglia 44.

Circonferenza

$3\frac{1}{7}$	21600
2	151200
11	75600

diametro $6872\frac{8}{11}$. & piu
mezzo diametro $3436\frac{4}{11}$. & piu
mità della circonferen. 10800
432
$3927\frac{3}{11}$.
27488
3436
$37112727\frac{3}{11}$. & piu
saria la grand. del cer.

Circonferenza

$3\frac{10}{71}$	21600
	216
	1512
223	1533600

6877
1956
1720
1590
diametro $6877\frac{29}{223}$. & manco
la mità è $3438\frac{126}{223}$. & manco
10800. mità della circonferenza
1008
126
1360800
6102
228
500
$6102\frac{54}{223}$
27504
3438
$37136502\frac{54}{223}$. & meno saria la grandezza del cerchio.

Et se nel determinare la grandezza di questo Cerchio, o Orizonte terrestre vorremo adoprare la regola ordinaria d'Archimede, che chiude la circonferenza del Cerchio fra $3\frac{1}{7}$. & $3\frac{10}{71}$. quando il diametro sia. 1. vedremo come appare in margine, il diametro d'esso Cerchio essere piu di $6872\frac{8}{11}$. ma manco di $6877\frac{29}{223}$. & la grandezza del Cerchio essere piu di $37112727\frac{3}{11}$. ma non arriuare a $37136502\frac{54}{223}$. Et cosi haueremo chiusa essa grandezza fra i dui numeri detti, che sono differenti fra loro in 23774. & alquanto piu. Veduto come si troui la grandezza del cerchio, mostrarò il modo di conoscere la grandezza delle sue parti. Onde sappisi che quando dal centro del Cerchio si tirino due linee rette, che arriuino alla circonferenza; quella parte di Cerchio in forma di triangolo, che ha per lati essi dui semidiametri, & per base, l'arco, o parte di circonferenza fra loro compresa, opposta all'angolo fatto nel centro da essi dui semidiametri, si chiama Settore. & questo Settore è tal parte del total cerchio, qual parte è la sua base, o arco, di tutta la circonferenza.

Et per trouare la grandezza di detto Settore si moltiplica il semidiametro, via il semiarco, o semibase d'esso (cosi come per trouare la grandezza del Cerchio totale si moltiplicaria il semidiametro via la semicirconfer.) che il prodotto è la grandezza, o superficie del Settore; onde se nel cerchio r t d, consideraremo il Settore r a t, la base, o arco r t, del quale sia 9416. essendo ciascuno delli dui semidiametri a t, a r, 10000; per trouare la grandezza, moltiplicaremo 4708. semibase circonferentiale, per 10000. semidiametro, che fa 47080000. però 47080000. sarà la grandezza d'esso settore, & sarà grandezza precise, quando l'arco, o base r t, sia il 9416. precise; Et se volessimo sapere la grandezza dell'altra parte del Cerchio, compresa dalli medesimi dui semidiametri a r; a t, & dalla base circonferentiale r d t, bisognaria vedere quanto è la lunghezza dell'arco r d t, che del Cerchio, il diametro del quale sia 10000. sappiamo la circonferenza essere quasi, cioe non arriuare a 31416. però di questo cerchio che ha per semidiametro 10000, cioe 20000. di diametro la circonferenza sarà quasi 62832. onde essendo la parte r t, 9416. precise, la restante parte r d t, saria quasi 53416; & hora nel modo istesso che si è adoprato nel trouare la grandezza del Settore, si trouarà la grandezza di questa restante parte del Cerchio, cioe moltiplicaremo 26708 semibase circonferentiale via 10000. semidiametro, che fa 267080000; però quasi 267080000. diremo essere la grãdezza di questa parte di cerchio. Et cosi sempre che vna figura sia compresa da dui semidiametri del cerchio, & da vna parte della sua circonferenza; per trouarne la grandezza si moltiplicarà la mità d'essa parte di circonferenza via il semidiametro, che il prodotto sarà la grandezza della figura.

Et se poneremo insieme la quantità della superficie di queste due dne parti, o settori di Cerchio che sono l'vna 47080000, & l'altra quasi 167080000, che fanno quasi 31416000; questa verrà ad essere la grandezza del Cerchio, come conuiene, & come si trouaria con la regola data, cioè moltiplicando il semidiametro 10000. via la mità della circonferenza che è quasi 31416. & produce pure quasi 314160000. per la grandezza del Cerchio.

diametro 20000
$3\frac{1}{7}$
circonferenza quasi $62857\frac{1}{7}$
mità $31428\frac{4}{7}$
semidiametro 10000
4
manco di $314285714\frac{2}{7}$.
saria la grandezza del Cerchio.

Et se la grandezza del medesmo Cerchio, che ha per diametro 20000. si vorrà trouare con la regola ordinaria fin'hora vsata, che suppone che quādo il diametro è 1. la circonferenza sia quasi $3\frac{1}{7}$; trouaremo la circonferenza di detto cerchio moltiplicando il diametro 20000. per $3\frac{1}{7}$. però si diria la circonferenza essere quasi, cioè non arriuare a $62857\frac{1}{7}$. la mità della quale, che è quasi $31428\frac{4}{7}$. moltiplicata via il semidiametro 10000, produrria quasi $314285714\frac{2}{7}$. il che si diria essere la grandezza del Cerchio proposto, Ma noi con la nostra regola piu propinqua sappiamo che egli non arriua a 314160000, però adoprando essa nostra regola haueremo auanzato $125714\frac{2}{7}$. di propinquità.

Et proposta vna portione di cerchio, cioe vna figura compresa, o terminata da vna linea retta tirata nel Cerchio, che arriui alla circonferenza da ciascuna banda, & dal pezzo d'arco, o circonferenza segata da essa linea retta, Se questa linea retta passarà per il centro, all'hora ella saria il diametro d'esso Cerchio, & lo diuideria per mezo precise. & delle due Parti del Cerchio, ciascuna si chiamaria semicircolo, o mezzo cerchio, & per trouare la grandezza di quai si vogli di loro si moltiplica il semidiametro via il semiarco di qual si vogli di loro (che viene ad essere la quarta parte della circonferenza totale del Cerchio) & il prodotto è la grandezza di ciascuno delli dui semicircoli. Ma se questa linea retta segante il Cerchio non passarà per il centro, all'hora ella segarà il cerchio in due parti ineguali, che la parte, o portione maggiore sarà quella che abbraccia la maggior parte della circonferenza (& è quella doue si inchiude il centro del Cerchio) & la parte, o portione minore sarà quella, che abbraccia la minor parte della circonferenza, che per esempio nel cerchio a r d n, tirata la retta a d, che non passa per il centro ella diuiderà il cerchio in due parti ineguali, che si chiamano l'vna (cioè la piu piccola) portione minore & è la a d r, & l'altra (cioè la piu grande) si chiama portione maggiore, & è la a d n; Per trouare la grandezza di ciascuna di queste portioni, conuien sapere la lunghezza della linea retta a d, che si suol chiamare corda della portione, & anco la lunghezza della linea curua a r d che si suol chiamare arco della portione, cioe per la portione maggiore bisogna sapere quanto è lungo l'arco, o parte di circonferenza a r d, & per la portione maggiore quanto è lungo l'arco, o parte di circonferenza a n d, & anco conuien sapere la lunghezza del diametro del cerchio, del quale esse sono portioni, hor dicasi il diametro del cerchio essere 20000. la linea retta a d, essere $17320\frac{1}{2}$. in circa (cioè & alquanto piu (che è il lato del triang. equilatero che si inscriuesse nel detto cerchio qual lato è sempre potentialmente triplo al semidiametro del cerchio, cioe il quadrato del lato del triangolo equilatero è sempre triplo al quadrato del semidiametro del cerchio, doue egli si inscriuesse) & l'arco a r d, quasi 20944 (terza parte della circonferenza) essendo il restante arco a n d, quasi 41888.

Per trouare la grandezza di queste portioni, poniamo della minore a d r, bisogna imaginarsi dal centro c, alli termini a, & d, d'essa portione essere tirati li dui semidiametri c a, & c d, formando il settore a c d r, quale comprende in se la portione a d r, detta & il triangolo rettilineo a c d, & cauare la grandezza del triangolo a c d, (che ci sarà nota, perche è nota la lunghezza di ciascuno delli suoi tre lati dalla grandezza del settore a c d r, (che ci sarà nota, perche ci è nota la lunghezza del semidiametro, & anco dell'arco a r d) che il restante verrà ad essere la grandezza cercata della portione a d r.

Ma per trouare la grandezza della portione maggiore a d n, imaginati pure li dui semidiametri c a, & c d, tirati dal centro del cerchio alli estremi a, & d, della portione, & considerata la figura,

gura,

semidiametro 10000.
il suo quadrato 100000000
il triplo d'esso quadrato, che è il quadrato del lato del triangolo equilat. inscritto nel cerchio è
300000000.

17320$\frac{1}{2}$. & piu è il lato del triango. equilatero.
1100
7100
17600
34640

17320$\frac{1}{2}$ a m d c 10000 10000

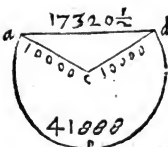
a m. 8660$\frac{1}{4}$.
8660$\frac{1}{4}$
74995600
4330$\frac{1}{16}$.
74999930$\frac{1}{16}$.

[illegible]0000000.
74999930$\frac{1}{16}$.
25000069$\frac{15}{16}$.
5 0 0 0. in circa anzi 5000. a punto (ponendo a d. lar. di 300000000) sarà la perpendicolare c m.

a m. 8660$\frac{1}{4}$.
c m. 5000.
1250
43300
43301250. sarà la gr. del triangolo c.a.d.

20944 r a d 17320$\frac{1}{2}$ c 10000 10000

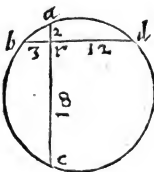
1476. semiarco
10000. semidi.
104720000. è la grandezza del settore.

104720000. grand. del settore a r d c.
43301250. grand. del triangolo a d c.
61418750 grand. della portione a d r.

semiarco 20944
semidiamet. 10000
209440000. è la grã. del set a c d n
43301250. è la gr. del trian. a.d.c.
però 252741250. è la grandezza della portione a. d. n.

la por. mag. a. d. n. è 252741250
la port. min. a. d r. è 61418750
la somma loro è 314160000 che viene ad essere la grandezza del Cerchio totale.

gura, o settore c a n d, terminata dalli dui semidiametri, & dal l'arco a n d, essa figura insieme con il triangolo rettilineo a d c vediamo contenere, o compire la portione a d n, però gionta la grandezza del triangolo a d c, con le grandezza del settore a c d n, (che ci sarà nota, per esserci noto la lunghezza del semidiametro, & anco dell'arco a n d) la somma verrà ad essere la grandezza cercata della portione maggiore a d n, Et con questo modo si potrà trouare la grandezza di qual si vogli altra portione del Cerchio, cioè mediante la notitia della sua corda, dell'arco, & del diametro del circolo di che ella è portione.

Et perche delle portioni di cerchio proposte, che sono da se separate dal resto del Cer. di che elle sono portioni, non si può misurare manualmente, o sapere la lunghezza del diametro del suo cerchio, non si vedendo esso cerchio, si mostrarà hora come con arte si possa trouare di che cerchio sia portione la portione proposta, però sappiasi che in vn cer qñ 2. li. rette si segano fra loro, il prodotto delle due parti dell'vna è eguale al prodotto delle due parti dell'altra (come dimostra la 35. propositione del terzo libro d'Euclide) onde per esempio nel cerchio a b c d, essendo accomodate le due linee a c, & b d, che si segano fra loro, delle quali la a c, è 20, & le sue dui parti a r, & r c, sono 2, & 18, & la b d, è 15. & le sue due parti b r, & r d, sono 3, & 12. tanto sarà il prodotto di 2. via 18 parti della a c, quanto il prodotto di 3. via 12. parti della b d, che ciascuno d'essi prodotti è 36. dal che si comprende, che quando ci fusse nota la lunghezza delle parti della prima linea, & la lunghezza d'vna parte sola della seconda, noi da questo potiamo venire in cognitione dell'altra parte della sec. linea; Onde se dicendo la prima linea essere a c, & le sue parti 2, & 18. & la seconda linea b d; l'vna parte della quale sia 3. per trouare l'altra parte, perche il prodotto delle due parti, della prima linea, cioe di 2. via 18. è 36. sappiamo che anco il prodotto di 3. par-

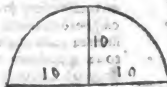
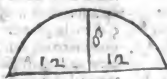
te

te nota della linea b d, nell'altra parte d'essa, deue essere medesimamente 36. ma il numero, che moltiplicato per 3. produce 36. è quello, che nasce a partire 36. per il 3. & però sarà 12. perilche concluderemo, che l'altra parte della linea b d, sia 12.

Di più sappiasi che nel Cerchio quando vna linea retta in esso accomodata (cioe che arriui alla circonferenza da ciascuna parte, o vogliamo dire i dui termini della quale siano nella circonferenza) è diuisa per mezo ad angoli retti da vn'altra linea, che sia pure nel Cerchio (cioe accomodata in esso Cerchio, come si è detto) la diuidente passa necessariamente per il centro, & è diametro del Cerchio (come dimostra la, 1, del terzo d'Euclide) Onde quando in vn Cerchio si tira vna linea a beneplacito, noi essa mediante potremo trouare il centro, & diametro del Cerchio, diuidendo la tirata per mezo ad angoli retti, che la diuidente sarà il diametro del Cerchio & il suo centro sarà nel mezo d'esso diametro, Et di piu quando sapessimo la lunghezza della linea tirata nel Cerchio, & anco sapessimo, o misurassimo vna delle due parti del diametro segata dalla tirata, noi nel modo detto di sopra potressimo trouare la lunghezza dell'altra parte del diametro, & saria quel numero che nasce a partire il prodotto delle due parti eguali della linea tirata nel Cerchio, o vogliamo dire il quadrato della mità d'essa linea per la parte nota del diametro. però se nel Cerchio a b c d, sia tirata la retta a b (che lo diuide nelle due portioni a b c, & a b d) & sia 12: & diuidendosi per mezo nel punto r, ad angoli retti, la diuidente sia c r d; questa sarà il diametro del Cerchio, del quale trouandosi la parte r c, essere 2. noi potremo, questo mediante, trouare quanto è l altra parte r d; partendo il prodotto di a r. via r b; cioe di 6. via 6, che è 36. per a parte c r. nota, & ne viene 18. & questo sarà la lunghezza della restante parte r d, del diametro, onde sapremo ancora che il diametro totale c d, deue essere 20.

Questo inteso quando haueremo vna portione di Cerchio da se, noi potremo venire in cognitione del diametro del Cerchio, di che ella è portione, & si farà cosi; Diuidasi la corda d'essa portione per mezo ad angoli retti con vna linea; che arriui all'arco della portione, il che è tanto quanto dalla sommità, o mezo dell'arco tirare vna linea retta a mezo la corda (perche quella linea che in vna portione diuide la corda per mezo ad angoli retti, diuide anco l'arco per mezo) & questa linea, quale nelle portioni di Cerchio si suole chiamare saetta) si misuri manualmente anc' ella per hauer nota la sua lunghezza, cosi come bisogna hauer nota la lunghezza della corda della portione.

Hora se fingeremo che si compisca il Cerchio, di che la portione proposta è portione, & si allunghi la saetta della portione di dentro al Cerchio fino alla sua circonferenza, conosceremo che questa linea totale cosi allungata (perche ella diuide vna linea posta nel cerchio (cioe la corda della portione proposta (per mezo ad angoli retti) sarà il diametro del Cerchio, & che la saetta detta della portione proposta viene ad essere vna delle due sue parti segate dalla corda della portione ad angoli retti; & perche sappiamo la lunghezza della linea, o corda detta diuisa per mezo, & anco sappiamo la lunghezza della saetta detta, o parte del diametro, verremo ancora a poter sapere la lunghezza dell'altra parte del diametro, che sarà il numero, qual nasce a partire il quadrato della mità della corda per la saetta della portione proposta, onde sapremo ancora la lunghezza del diametro totale, & però la lunghezza del semidiametro; & di qui poi, con il modo sopradetto potremo venire in cognitione della superficie, o grandezza della portione proposta hauendo misurata, cioe sapendo per numero la lunghezza del suo arco; che fingeremo dal centro del Cerchio venire i dui semidiametri alli estremi della corda della portione, & con essa portione componere il settore, che ha per base l'arco della portione; onde moltiplicando la mità d'esso arco con il semidiametro ne nascerà la grandezza del settore, dalla quale cauata la superficie del triangolo rettilineo (parte del settore quando la portione pposta è portione minore, cioè ch'ella è manco di mezo cerchio) contenuto dalli dui semidiametri, & dalla corda della portione, ouero alla quale grandezza del settore, gionta la superficie del triangolo rettilineo (ch'è nella portione oltre al settore; quando la portione proposta è portione maggiore, cioe ch'ella è piu di mezo Cerchio) il restante, essendo la proportione proposta minore, ouero la somma, essendo la portione proposta maggiore sarà la grandezza della portione proposta.

Et notisi che d'vna portione proposta si conoscerà subito la qualità, cioè se sia port. minore, o maggiore, o se ella sia mezo cerchio a punto, mediante la misura della sua corda, & saetta, che quan-

quando la saetta è minore della mità della corda, all'hora la portione proposta è portione minore, che la saetta verrà ad essere minore del semidiametro del Cerchio, di che la proposta è portione (che a partire il quadrato della mità della corda per la saetta (minore d'essa mità della corda) ne verrà numero maggiore della mità della corda; & però maggiore della saetta, qual numero, poiche viene ad essere il restante del diametro del Cerchio, ci manifesta la saetta essere minore del semidiametro, & però la portione non arriuare a mezo cerchio) Et quando la saetta sarà eguale alla mità della corda, all'hora la portione proposta è a punto mezo cerchio, che la saetta verrà ad essere a punto semidiametro del Cerchio, & la corda sarà il diametro totale del Cerchio (che a partire il quadrato della mità della corda per la saetta) ne verrà numero a punto eguale alla medesma mità della corda, & però eguale alla saetta, qual numero: perche viene ad essere il restante del diametro del Cerchio ci manifesta la saetta essere eguale al semidiametro, & però la portione essere a punto mezo Cerchio, & quando la saetta sarà maggiore della mità della corda, all'hora la portione proposta è portione maggiore che la saetta verrà ad essere maggiore del semidiametro del Cerchio, di che la portione proposta è portione (che a partire il quadrato della mità della corda per la saetta (maggiore d'essa mità della corda (ne verrà numero minore della mità della corda, & però minore della saetta, qual numero perche viene ad essere il restante del diametro del Cerchio ci manifesta la saetta essere magiore del semidiametro, & però la portione essere maggiore della mità del cerchio.)

Questi nomi corda, arco, & saetta nelle portioni di Cerchio gli sono stati posti a similitudine di quelli che s'vsano nelle Balestre, di che esse portioni hanno forma, poiche nelle balestre il metallo, o parte curua si chiama arco, & la corda che li sotto tende, & lo serra, si chiama corda, & quell'asta che da essa balestra è spinta, o tirata per aria, & si accomoda fra il mezo della corda, & sommità dell'arco si chiama saetta.

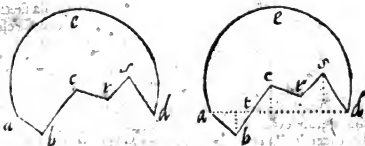
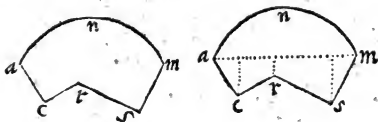
Hora proposta per esempio la portione b d s. & dicendosi la corda b d, d'essa essere 16. & l'arco b s d. 19. in circa per trouare la grandezza, noi dalla sommità, o mezo dell'arco al mezo della corda tirata la s a, che sarà perpendicolare alla corda, & però si chiamarà la saetta della portione la misuraremo, & sia che ella si troui essere 4. & questa è vna parte del diametro del Cerchio, con la quale partendo il quadrato della mità della corda, cioe il quadrato d'8. ch'è 64. ne viene 16. & questo 16. è l'altra parte del diametro, che resta fuori della portione, però il diametro intiero sarà 20. & il semidiametro sara 10. onde il centro del Cerchio sara lontano dal punto a. per il diritto della saetta s a 6. si che fingendo allungata la s a 6, misure, & sia che si arriui al c. essendo la s c. 10, il punto c, sara centro del Cerchio, & imaginati li dui semidiametri c d, & c b, ciascuno delli quali è 10. sara formato il settore c b s d, la grandezza del quale si troua a moltiplicare 10 semidiametro via $9\frac{1}{2}$. semiarco della portione (dicendosi l'arco totale essere 19. in circa) però ella sara 95. in circa, dalla quale cauato 48. parte del settore contenuta dal triangolo rettilineo b d c, trouato a moltiplicare 8. mita della base b d, via 6. perpendicolare a c resta 47. però concluderemo che la grandezza della proposta portione b d s, sia 47. in circa.

Et proposta la portione b d r, dicendosi la corda b d, essere 24. & l'arco b r d. 47. in circa; per trouarue la grandezza, noi dalla sommita dell'arco al mezo della corda tirata la perpendicolare r a, che è la saetta della portione la misuraremo, & sia che ella si troui essere 16. (qual 16. perche è maggiore di 12. mita della corda, ci mostra la portione essere maggiore di mezo cerchio) & quella e vna parte del diametro del Cerchio totale, con la quale partendo il quadrato della mita della corda, cioe il quadraeo di 12. che e 144. ne viene 9. & questo 9. e l'altra parte

del diametro, che resta fuori della portione, però il diametro intiero sarà 25. & il semidiametro sarà $12\frac{1}{2}$. onde il centro del Cerchio sarà lontano dal punto a. verso la sommità r. dell'arco minore $3\frac{1}{2}$. & sia che terminino in c, restando la c r, semidiametro $12\frac{1}{2}$. & imaginati li dui semidiametri c b, & c d, ciascuno delli quali è $12\frac{1}{2}$. sarà formato il settore b c d r, la grandezza del quale si troua a moltiplicare $12\frac{1}{2}$. semidiametro via $23\frac{1}{2}$. semiarco della portione (dicendosi l'arco totale essere 47. in circa) però ella sarà $293\frac{3}{4}$. in circa, alla quale gionto 42 grandezza del triangolo b c d, quale insieme con il settore b c d r, compongono la portione proposta fa $335\frac{3}{4}$. però concluderemo la grandezza della portione b d r, proposta essere $335\frac{3}{4}$. in circa.

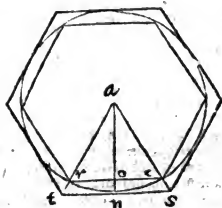
$23\frac{1}{2}$. semiarco.
$12\frac{1}{2}$. semidiametro.
$17\frac{1}{2}$.
$276\frac{1}{4}$.
$293\frac{3}{4}$. grandezza del settore b c d r.
42. grandezza del triangolo b c d.
$335\frac{3}{4}$. grandezza della portione b d r.

Ma auerta lo studente, che nelle portioni di cerchio hauendo nota la corda, & la saetta, & con esse trouando precise la lunghezza del diametro, & perciò facendosi noto il nu. del semid. si puo poi mediante la mità della Corda, qual mità gli Astronomi chiamano sino retto. & mediante il semidia. che chiamano sino totale trouare nelle Tauole de sini, molto vicino al vero che parte di circonfe. totale del Cerchio sia l'arco della Portione; & perciò qual numero propinquo le conuenga rispetto al numero del diametro del Cerchio, perilche chi non volesse manualmente misurare esso Arco, lo potria trouare mediante dette Tauole, se bene misurandolo con diligenza, è molto espediente per schiuare la fatica di trouarlo in altro modo, che perciò qui non se ne dice altro.

Et hauendo qualche altro pezzo di Cerchio, poniamo l'a c r s m n, da trouarne la grandezza, potremo tirando la retta a m, trouare la grandezza della portione a m n, nel modo sopradetto, mediante la misura del suo arco, corda, & saetta, & ancora trouare la grandezza del rettilineo a m s r c, diuidendolo in triangoli, & capitagliati al modo solito, & la grandezza d'esso rettilineo vnita alla grandezza della portione ci darà per somma la grandezza del pezzo dicerchio proposto.

Ancora proposto il pezzo di Cerchio a b c r s d e, da trouarne la grandezza, noi tirando la retta a d, & considerando la portione a d e, potremo trouarne la grandezza, mediante la misura del suo arco, corda, & saetta, & dalla grandezza della portione cauarne la grandezza del rettilineo a d s r c,

a r c, & poi al restante giongere la grandezza del Triangolo a b c, che la somma verrà ad essere la grandezza del pezzo di Cerchio proposto.

Et con simile modo potrà il giuditioso Lettore trouare la grandezza di altri pezzi di Cerchio, che si proponessero.

ACcioche li principianti conoschino chiaramente non solo che l'ambito di qual si vogli rettilineo regolare, cioe equilatero, & equiangolo inscritto al cerchio è minore della circonferenza d'esso Cerchio, ma ancora come si possa dimostrare che anco l'ambito di qual si vogli rettilineo regolare circonscritto al Cerchio è maggiore della circonferenza del medesmo Cerchio, noi nel Cerchio del margine hauendo inscritto poniamo Vn esagono regolare, & poi circonscrittoli vna figura simile, cioe vn'esagono regolare, di modo che li lati di questo circonscritto siano equidistanti alli lati dell'inscritto (*ilche occorre quando dal centro del Cerchio alli angoli dell'inscritto tirate le linee rette, & allongate fuori del Cerchio finche concorrino con le linee contingenti il Cerchio nel punto, oue nella circonferenza arriua la perpendicolare tirata dal centro al lato dell'inscritto, o vogliamo dire, & allungate fuori del Cerchio, finche concorrino con le linee, che alle linee, quali partendosi dal centro del Cerchio, & diuidendo per mezo i lati opposti del rettilineo inscritto arriuano alla circonferenza, sono perpendicolari nelli punti detti, oue elle arriuano alla circonferenza*) & tirato dal centro a, all'angolo r. dell'inscritto la retta a r; & allungata fino che arriui all'angolo t. del circonscritto, & anco tirata dall'istesso centro a, all'angolo prossimo vicino c. dell'inscritto la retta a c, & allungata fino che arriui all'angolo, s, del circonscritto, consideraremo la retta r c. che è corda dell'arco r c & però minore d'esso arco r c, & cosi ciascun'altro de lati del poligono inscritto sarà minore di ciascuno de gli archi, o parte di circonferenza a quali sottotende, & però la somma di tutti i lati del rettilineo, cioe l'ambito del rettilineo inscritto sarà minore della somma di tutti gl'archi o parti di circonferenza, a quali sottotendono, cioè sarà minore della circonferenza del Cerchio.

Ancora considerato il triangolo a t s, fatto dalli dui semidiametri del Cerchio tirati dal centro alli dui angoli t, & s, contigui fra loro del rettilineo circonscritto, & dal lato t s, d'esso rettilineo, del quale la base sia la t s, lato del rettilineo circonscritto al cerchio, & la a n, che dall'angolo opposito (che è centro del Cerchio) è perpendicolare ad essa t s, base, sappiamo che il dutto di a n, perpendicolare, o altezza d'esso triangolo nella base t s, produce il doppio della grandezza d'esso triangolo. Et considerato il settore a r c, cioe il pezzo di cerchio contenuto dalli dui semidiametri a r, a c, & dall'arco r c, perche la proportione che è da esso settore a tutto il circolo, è come dall'arco r c, base d'esso settore a tutta la circonferenza del Cerchio (poiche tal parte è il settore del Cerchio, qual parte è la base del settore della base del Cerchio, cioe della circonferenza totale) & a moltiplicare il semidiametro del Cerchio, via la circonferenza produce il doppio della grandezza del Cerchio, come dimostra Archimede nella prima propositione del suo Trattato de Dimensione Circuli, mostrata: ancora a moltiplicare il semidiametro del Cerchio, via l'arco che è base del settore produrrà il doppio della grand. del settore cioè a moltiplicare la a n; via la linea, o arco r n c; produrrà il doppio della grandezza del settore a r n c; ma il triangolo rettilineo a t s: è maggiore del settore a r n c, da lui contenuto, però maggior prodotto è quello di a n, in t s; che della istessa a n, nell'arreo r n c, onde anco maggiore sarà il moltiplicante, o linea t s; che non è l'altro moltiplicante, o arco r n c; Et cosi sappiamo il lato t s, del rettilineo circonscritto, essere piu lungo che l'arco r n c, parte di circonferenza a lui corrispondente nel Cerchio terminata dalli dui semidiametri, che dal centro arriuino alli termini d'essi lati del rettilineo circonscritto, Et nel medesmo modo, o per la istessa causa conosceremo che ciascun altro lato del rettilineo circonscritto sarà piu lungo di ciascun'altro arco, o parte di circonferenza a lui corrispondente nel modo detto; perilche la somma di tutti i lati sarà piu lunga della somma di tutti gl'archi, cioe l'ambito del rettilineo circonscritto sarà piu lungo, o maggiore della circonferenza del Cerchio, al quale egli è circonscritto.

Notisi anco che se bene serriamo la circonferenza del Cerchio fra dui rettilinei regolari simi-

li,

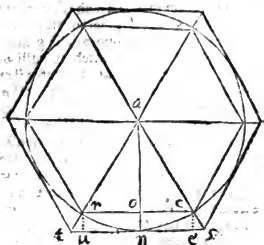
li,cioe d'vn medeſmo numero di lati,l'vno inſcritto, & l'altro circonſcritto al Cerchio, volendo dire ch'ella è minore del circonſcritto, ma maggior dell'inſcritto, non è però che ella ſia quaſi come langhezza media fra li dui abiti d'eſſi dui rettilinei, anzi ſe faremo l'eſperimento poniamo nelli eſagoni vedremo che ella piu ſi auuiua all'ambito dell'inſceritto,che all'ambito del circonſcritto;perche eſſendo il diametro del Cerchio 200. il lato dell'eſagono inſcritto ſarà 100:& però l'ambito ſarà 600. Ancora la a n,ſemidiametro che dal centro a; è perpendicolare al lato t s; del circonſcritto è 100. & queſta è potentialmente ſubſeſquiterza al lato t s; del circonſcritto (poiche cauaodo il quadrato di t n, mità del lato,o baſe t s, dal quadrato del lato a t,nel triangolo equilatero à t s;reſta il quadrato della perpendicolare a n:onde quando il quadrato di t n, è 1.il quadrato di a t,è 4. però il quadrato di a n, reſta 3. che è ſubſeſquiterzo è 4.) onde al quadrato di 100.cioe 10000.gionto la ſua terza parte che è $3333\frac{1}{3}$.& fa $13333\frac{1}{3}$.queſto ſarà il quadrato del lato dell'eſagono circonſcritto, onde il ſuo ambito che è contenuto da ſei lati eguali, ſarà rad.480000.che quaſi $692\frac{1}{1}\frac{4}{7}\frac{4}{3}$,ma la circonferenza del Cerchio non arriua a volte $3\frac{1}{7}$. il diametro 200. cioe non arriua a $628\frac{4}{7}$. & l'ambito dell'eſagono inſcritto è 600. però vediamo che molto piu s'auuicina il 600.ambito dell'eſagono inſcritto al $628\frac{4}{7}$.(a che non arriua la circonferenza del Cerchio)eſſendo minore di lei in ſolo $28\frac{4}{7}$. & manco di quello che ſe le auuicini il $692\frac{1}{1}\frac{4}{7}\frac{4}{3}$. in circa ambito dell'eſagono circonſcritto,che la ſupera in 64.& piu.

Ma quanto alla grandezza d'eſſi dui rettilinei regolari ſimili, inſcritto,& circonſcritto al cerchio; paragonati alla grandezza del Cerchio,non auuiene l'iſteſſo,perche la grandezza dell'eſagono circonſcritto (che ſi troua a moltiplicare il ſemidiametro del Cerchio, quale dal centro del Cerchio,o vertice di ciaſcuno de triangoli,in che ſi diuide il rettilineo regolare,o perpendicolare a qual ſi vogli lato d'eſſo rettilineo,via la mità del ſuo ambito, cioe via la mità della ſomma delle baſi de triangoli, ne quali eſſo rettilineo ſi diuide) ſarà quaſi $34641\frac{1}{1}\frac{0}{7}\frac{7}{3}$. Et la grandezza dell'Eſagono inſcritto (che ſi troua a moltiplicare quella parte del ſemidiametro, che dal centro del Cerchio, o vertice di ciaſcuno de triangoli in che ſi diuide il rettilineo, via la mità del ſuo ambito,cioe via la mità della ſomma delle baſi de triangol i, nelli quali eſſo rettilineo ſi diuide) ſarà quaſi $25980\frac{3}{4}\frac{3}{4}\frac{0}{3}$. Ma la grandezza del cerchio che ſi troua a moltiplicare il ſemidiametro via la mità della circonferenza, è quaſi $31428\frac{4}{7}$. però ſi vede che ella è piu vicina alla grandezza dell'Eſagono circonſcritto, cioe al 34641. in circa, che alla grandezza dell'Eſagono inſcritto, cioe al 25980. in circa. Onde altro auuiene a gl'ambiti d'eſſi rettilinei regolari riſpetto alla circonferenza del Cerchio,di quello che auenga alla grandezza d'eſſi riſpetto alla grandezza del cerchio;perche quanto alla circonferenza ella piu ſi auuicina allo inſcritto,ma quanto alla grandezza ella piu ſi auuicina al circonſcritto.

a n 100
10000
$3333\frac{1}{3}$
$13333\frac{1}{3}$.quad.di t s
rad. $13333\frac{1}{3}$. è t s. lato
via rad. 36
rad. 80000. è l'ambito
692
1200
3700
1136
1384

quaſi $692\frac{1}{1}\frac{4}{7}\frac{4}{3}$. è l'ambito dell'Eſagono circonſcritto.
La mità è quaſi $346\frac{\ }{1}\frac{7}{7}\frac{2}{3}$.
a n. perpendicola 100.

7200
280

quaſi $34641\frac{1}{1}\frac{0}{7}\frac{7}{3}$
è la mità dell'Eſagono dirconſcritto

L'arco r n c,è piu differente dalla retta t s, in lũghezza,che dalla retta r c,ma la mità della differenza di r c,a t s, è la s e;però t e,è quanto r c,& e s,inſieme, onde l'arco r n c, non arriuarà alla lunghezza della retta t e, cioè quello, in che la linea curua arcuale r n c; ſupera la retta t e, è man-

La mità dell'ambito dell'eſagono inſcritto è 300. la perpendicolare a o, ſarà rad. 7500. che moltiplicata via

to della s e, o vogliamo dire della t n a lei eguale.

Quanto alla grandezza, perche il Cerchio più si auuicina all'Esagono circonscritto, che all'inscritto, conosciamo che il triangolo misto t r n (che è il duodecimo della differenza della grandezza del Cerchio alla grandezza dell'Esagono circonscritto) è minore del triangolo misto r o n, che è il duodecimo anc'egli della differenza della grandezza del Cerchio alla grandezza dell'Esagono inscritto.

la mità dell'ambito fa ra. 67500000 che è la grandezza dell'Esagono.

```
  2 5 9 8 0
   5000
    41900
     39600
      990
     1299
quasi 25980 3/4 3/3 3/0
```

Et se poneremo che il diametro del Cerchio sia 49700000. che cosi la circonferenza sappiamo essere maggiore di 156137093 $\frac{3}{5}$. ma non arriuare a 156137277 $\frac{2}{5}$. All'hora l'ambito dell'Esagono inscritto sarà 149100000. Et l'ambito dell'Esagono circonscritto sarà 173165850 $\frac{1}{4}$. & piu come si vede qui calculato.

```
an. 24850000
    24850000
 617522500000000
 205840833333333 1/3.
 823363333333333 1/3. è il quandrato del lato dell'Esagono.
 2 8 6 9 4 3 0 8
 423
 3936
  54033
   247233
    1769733
     480843333
28694308 2/5 1/7 7/7 3/8 4/8 4/6 6/1 9/6. & piu è il lato dell'Esagono circonscrittto.
       130406814
          1/5 1/7 0/3 2/8 0/8 5/6 8/1 2/6. & piu
                    1/1 1/9 2/1. & piu, cioe 1/4. piu
```

Sarà l'ambito dell'Esagono circonscritto 172165850 $\frac{1}{4}$. & piu

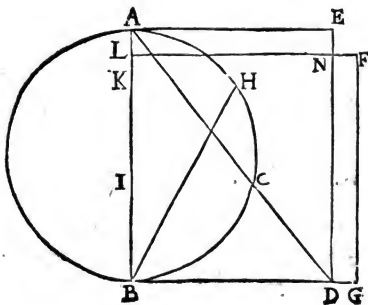
Et facendo l'istesso essamine nel quadrato inscritto, & circonscritto al Cerchio, ponendo il diametro essere pure 200. vedremo l'ambito del quadrato circõscritto essere 800. che piu si allontana dalla circonferenza del Cerchio, quale non arriua a 628 $\frac{4}{7}$. di quello che facci l'ambito del quadrato inscritto, che sarà quasi 565 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{5}{6}$.

Ma quãto alla grandezza, quella del circonscritto quadrato, che è 40000. piu si auicina alla grandezza del Cerchio, che è quasi 31428 $\frac{4}{7}$. di qllo, che se li auicini la grandezza del quadrato inscritto, che è 20000.

```
ar. 100.
    100.
  10000. quad. di a r.
    5000. quad. di a o, ouero r o.
rad. 5000. r o
rad. 20000 r c. lato del quadrato inscritto però il suo ambito sarà rad. 320000.
320000.                      cioe quasi 565 1/2 5/2 5/6
 5 6 5
 700
  6400
565 7/1 7/1 7/3 5/0.
```

SAPPIA anco lo studioso Lettore, che in vn libro in quarto, il titolo del quale è, *Nicolai Raymari Vrsi Dithmarsi Fundamentum Astronomicum, &c. Argentorati excudebat Bernardus Iobin 1588.* Trattandosi della quadratura del Cerchio, & è chiamata, o nominata, *Diuinum inuentum Simonis a Quercu Burgundi ciuis Delfensis*; Et nella Tauola posta a car. 9. circa al fine dice; *Iam verò per Simonem a Quercu reperta, edita primo anno 1584. secundo 1586. per me redacta in Compendium, & in Methodum; translata in Latinum, & in Germanicum Idioma ex Belgico*; poi dando principio ad essa inuentione scriue la seguente propositione.

Si Recta linea Circulo ab altero Diametri termino inscripta, per peripheriam extra in tangentem è reliquo Diametri termino versus idem latus perpendiculariter erectam continuetur, donec a dicta tangente sibi ipsi æquale segmentum abscindet, tunc æquabitur ipsa inscripta, vel ei equale abscissum segmentum, quadranti peripheria circuli.

Et per prouarlo posta vna figura simile alla seguente, propone di dimostrare.

Quadrātem circuli Recta inscripta AC, vel æquali abscisso segmento B D. neque esse maiorem neque esse minorem, quo facto necessario ei erit æqualis.

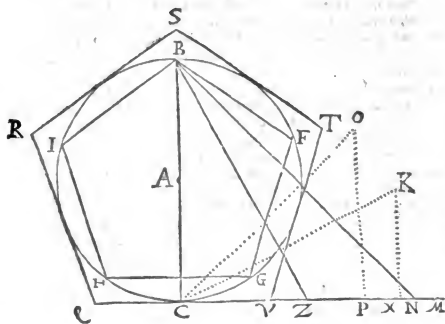
Et per prouarlo pone prima molti principij, quali nō riferisco per venire breuemente al punto della Conclusione.

Dipoi segue a dire in sostanza, che per essere la quarta parte del perimetro, o giro, o ambito del quadrato circōscrittto al Cerchio (che è quanto a dire il lato del quadrato circonscritto al Cerchio) eguale al diametro d'esso Cerchio, ne segue che si potrà nel Cerchio accomodare vna linea retta che sia eguale alla quarta parte dell'ambito del quadrato circonscrittoli, ma ella sarà il diametro del Cerchio. Et perche poi l'ambito del Pentagono, & anco l'ambito dell'Esagono, & di ciascun'altra figura regolare per ordine circonscritta al Cerchio è minore dell'ambito del quadrato, che gl'ambiti d'esse figure per ordine si vanno sempre sminuendo, accostandosi sempre piu alla circonferenza del Cerchio, quale anc'ella è minore dell'ambito di qnal si vogli d'esse figure regolari circonscritteli, & consequentemente è minore dell'ambito del quadrato, & perciò anco la quarta parte dell'ambito di ciascuna delle figure regolari dette. & anco la quarta parte della circonferenza del Cerchio è minore del lato del quadrato, & però del diametro del Cerchio. Et nel Cerchio oltre il diametro si può accomodare ogni linea retta che sia minore del diametro, però ne segue che nel Cerchio si potrà accomodare ogni linea retta che sia eguale alla quarta parte dell'ambito di qual si vogli figura regolare di molti angoli, cominciando dal quadrato circonscritta al cerchio, & perciò anco la retta che sia eguale alla quarta parte della circonferenza del Cerchio.

Ancora nel medesmo Cerchio si potrà accomodare ogni retta che sia eguale alla quarta parte dell'ambito di qual si vogli figura regolare inscritta nel Cerchio, poiche l'ambito di qual si vogli d'esse è minore della circonferenza del Cerchio.

Et seguendo dice al numero V. *Si recta linea æqualis quadranti perimetri cuiuscunque multanguli ordinati circulo inscripti, ipsi circulo ab alterutro Diametri termino inscribatur, eademque donec tangentem è reliquo Diametri termino perpendiculariter (seu ad angolos Rectos) versusque idem latus infinite eductam in puncto aliquo secuerit, extra peripheriam circuli continuetur; erit abscissum segmentum tangentis inter Diametrum, & continuatam inscriptam comprehensum, ipsa inscripta maius. E contrario vero, Si Recta linea æqualis quadranti perimetri multanguli ordinati circulo circumscripti, dictoque inscripto multangulo ordinato homologi (seu æquianguli:) ab eodem prædicto Diametri termino ipsi circulo inscripta, per ipsius*

fiue circuli peripheriam eousque continuetur, donec prædictam tangentem in aliquo puncto secuerit, erit modo dictum abscissum segmentum tangentis, inter Diametrum, & modo dictam continuatam inscriptam comprehensum, ipsam modo dictam inscriptam minus.

Et per prouarlo considerando la seguente figura segue a dire.

Declaratio.

Dico primũ, tangentis è Diametri B C termino C. perpẽdiculariter eductæ C M, abscissum per inscriptam B L, extraque circulum continuatã B N, segmentũ C N, interque Diametrum B C, & abscissionis puncto C N, cõprehensum, maius esse dicta inscripta B L. Dico secundo atq; è contrario, dictæ tangentis C M, abscissum per inscriptam B Y, extraq; circulum continuatam B Z, segmentum CZ, interq; diametrum B C, & abscissionis punctum Z, comprehensum, minus esse dicta inscripta B Y. Sequitur itaque vtriusque partis huius Elementi Demonstratio.

Demonstratio partis prioris, in ordinatis circulo adscriptis quinquangulis: Circulo inscriptæ, quadrantique perimetri ordinati quinquanguli circulo inscripti æqualis B L, arcus B F L complementa L Y C, adusq; semicirculum subtensa Recta C L, continuetur extra circulum, donec æquabitur Diametro circuli, vsq; in O, atq; è termino continuatæ seu puncto O dimittatur perpendicularis O P. in subiectam tangentem C M: eaq; in eandem incidet ex hypothesi perpendiculariter seu ad angulos vtrinque Rectos in puncto P. Quo facto, constituta sunt in adiuncto Diagrammate duo Triangula homologa, seu æqualium angulorum nempe B L C, & C P O. Siquidem trianguli B L C, angulus ad L Rectus est per 31 tertij. Trianguli vero C P O, angulus ad P, Rectus est è structura, ideoque æquantur per 10. communem notionem. I. Cæterum trianguli B L C, angulus ad C. æquatur trianguli C P O, angulo ad O, per 29. primi. Ideoque & amborum triangulorum anguli reliqui ad B, & C, æquantur per 32. primi. Constat itaque primum, dicta duo triangula esse homologa seu æqualium angulorum, ideoque eorumdem latera erunt proportionalia, per 4. sexti. Sed dicta extra circulum continuata C O è structura æquatur circuli Diametro B C, quæ est basis trianguli B L C; ergo & reliqua bina latera amborum triangulorum, vtrunque vtrique æquabitur. Sunt enim omnia latera ad se inuicem vtrumque ad vtrumque in ratione æqualitatis. Itaq; & inter reliqua trianguli B L C. latus seu inscripta B L, æquabitur trianguli C P O. latere C P. sed ipso latere C P. maius est abscissum per extra circulum continuatum B N. segmentum C N. parte nimirum totum per I. commune principium. Quod erat demonstrandum. Eodemque etiam modo per contrarium posterior pars Elementi, in triangulis videlicet B Y C, & C X K demonstrabitur. Constat itaque vtraque pars propositi.

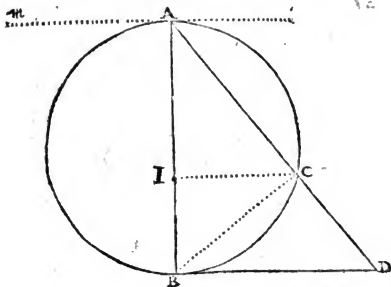
Conclusio Demonstrationis.

Iam verò, æquè ac hoc in adscriptis circulo ordinatis quinquangulis Demonstratum est, sic & in omnibus reliquis subeuntibus, & binis quibuslibet homologis seu æquiangulis, circuloq; adscriptis ordinatis multangulis, vel dicto iam modo Geometricè in triangulis æqualium angulorum, vel etiam Arithmeticè in numeris Algebraicis seu figuratis, in infinitum vsque, & ad vel maximũ inscriptum, & minimum circumscriptum demonstrari poterit. Ergo cum Recta æqualis quadranti perimetri, vel etiam minimi ordinati circumscripti semper sit maior, &

contra

contra vel maximi inscripti semper minor dicto modo abscissis per inscriptas continuatas segmentis, existatq; semper, etiam inter vel omnium maximum ordinatum inscriptum, & minimum circumscriptum ipsius peripheriæ circuli quantitas inter quantitates perimetrorum maximi inscripti, & minimi circumscripti, per 4. consectarium elementi. 1. Ideoque & ipsius peripheria quadrantis quantitas versatur inter quantitates quadrantum perimetrorum maximi inscripti, & minimi circumscripti ordinati per. 1. consectarium elementi. 1. perq; 2. commune principium. Itaque erit ipsa Recta æqualis quadranti peripheriæ circuli nunquam (etiam si in infinitum vel inscriptum ponatur maius, vel circumscriptum assumatur minus) aut dicto per ipsam extra circulum in tangentem continuatam abscisso ex ipsa tangentem maior, aut eodem minor. Si enim fuerit maior, non erit Recta æqualis quadrãti peripheriæ circuli, sed erit æqualis quadranti perimetri alicuius ordinati multanguli, circulo circumscripti. Sin vero minor fuerit, non erit etiam Recta æqualis quadranti peripheriæ circuli, sed erit æqualis quadranti perimetri alicuius ordinati multanguli circulo inscripti, per proxime præcedens 5. elementum. Ergo necessario, si ipsa Recta circulo inscripta, neque maior, neque minor, sed omnino æqualis fuerit abscisso per ipsam extra circulum usque in tangentem continuatam ex ipsa tangente segmento, erit ipsa inscripta æqualis quadranti peripheriæ circuli, vel etiam ei æquale ipsum abscissum è tangente segmentum. per 5. commune principium. Quod erat demonstrandum.

Constat itaq; iam demum Quadratio circuli.

Perche dunque la quadratura, o quadrante del Cerchio depende dalla notitia del diametro, & della circonferenza, quando oltre il diametro si sapesse trouare vna linea retta eguale alla circonferenza del Cerchio, hauereßimo nota ancora la grandezza del Cerchio; ma l'Autore dice che d'essa circonferenza la quarta parte è eguale alla retta A C, che partendosi dall'estremità A. del diametro vada a segare la circonferenza del Cerchio in punto C. cioe in tal luogo, che allungata essa A C. fuori del Cerchio finche ella seghi la B D. perpendicolare al diametro A B, dall'altra estremità B, o vogliamo dire contingente, o toccante il Cerchio nel punto B, la parte B D. di quella contingente cosi segata, terminata dall'estremità B. del diametro, & dal punto D. del segamento, sia precise eguale alla parte A. C. della retta segante il Cerchio, con la conditione detta, terminata dall'estremità A del diametro, & dal punto C doue la A D. sega la circonferenza. Di questa A C. segante, ouero della B D. contingente il Cerchio, che a lei deue essere eguale, non ci mostra l'Autore modo alcuno da conoscerne la quantità per numero, ne meno come si operi Geometricamente per trouare il punto C. ouero il D. che terminano la lunghezza d'esse A C. ouero B D. Onde quando anco fusse vero che qual si vogli d'esse si aggua-gliasse a punto alla quarta parte della circonferenza del Cerchio noi non potiamo seruircene nel trouare la grandezza del Cerchio, o lunghezza della circonferenza. Nondimeno per satisfare alli studiosi andaremo considerando & mostrando il modo d'esequire l'vno, & l'altro; Et per cominciare dall'inuentiõ d'essa per numero, formata la seguẽte figura nella quale il diametro A B. sia posto 10. & dalli estremi A, & B. tirate le due rette A D. segante il Cerchio, & B D. contingente, o toccante, quali fra loro si seghino nel punto D. con tal conditione che la parte A C. dentro del cerchio della segante sia eguale alla toccante B D; noi per trouare la lunghezza di A C. per numero, poneremo che ella sia 1. 4. perilche ancora B D, a lei eguale douerà essere 1. 1. & considerato il triangolo rettangolo A B D. che il quadrato di A B. è 100. & il quadrato di B D. è 1. 2. la somma loro, cioe 100. p. 1. 2. sarà il quadrato di A D. (per la penultima

nultima propositione del primo libro de gl'Elementi d'Euclide) però la linea A D. douerà essere la radice quadra di detta quantità, cioè sarà rad. L. 100. p̃. 1. ʑ. ⅃. ma la parte A C. d'essa si è posta 1. ɫ. però il restante C D. sarà rad. L. 100. p̃. 1. ʑ. ⅃. m̃. 1. ɫ.

Hora considerata la retta B C. quale con la A. C. forma angolo retto (per la 31. del terzo, perche la portione, in che è fatto esso angolo B C A. è mezo cerchio) & però essa B C. nel triangolo rettangolo A B D, si parte dall'angolo retto B, & va perpendicolarmente alla A D, che hora si considera come base di detto triangolo rettangolo, ne segue (per il Corellario dell'ottauo del sesto) che essa perpendicolare B C. sia media proportionale fra le due parti D C, & C A. de[lle] a se, onde il prodotto di dette parti fra loro, cioe di C D. rad. L. 100. p̃. 1. ʑ. ⅃. m̃. 1. ɫ. via C A. 1. ɫ. qual prodotto è rad. L. 100. ʑ. p̃. 1. ɰ. m̃. 1. ʑ. sarà eguale al quadrato d'essa perpendicolare B C; perilche essa B C. sarà la rad. quadra di detta quantità, cioe sarà rad. L. rad. L. 100. ʑ. p̃. 1. ɰ. ⅃. m̃. 1. ʑ. ⅃. Hora per poter venire alla eguagliatione, cercaremo la longhezza della medesma B C. in altro modo; & potrà essere considerando il triangolo rettangolo A C B. nel quale il quadrato di A C. è 1. ʑ. & cauato dal quadrato di A B, cioe da 100. resta 100. m̃. 1. ʑ. & questo è il quadrato di B C. (per la penultima del primo) però essa linea B C. sarà la radice quadra di questa quantità, cioè sarà rad. L. 100. m̃. 1. ʑ. ⅃; ma questa B C. habbiamo ancora trouato essere rad. L. rad. L. 100. ʑ. p̃. 1. ɰ. L. m̃. 1. ʑ. ⅃; perilche queste due quantità sono eguali fra loro; & perciò ancora i quadrati d'esse due quantità sono eguali fra loro; onde haueremo 100. m̃. 1. ʑ. eguale a rad L. 100. ʑ. p̃. 1. ɰ. ⅃. m̃. 1. ʑ. & aggiungendo 1. ʑ. a ciascuna d'esse, per liberarle dal m̃. 1. cen. che vi si troua; haueremo 100. eguale a rad. L. 100. cen p̃. 1. ɰ ⅃. Et hora quadrando, cioè moltiplicando in se stessa ciascuna d'esse due quantità per sciogliere, o liberarsi dalla rad. L. ⅃; haueremo 10000 eguale a 100. cen. & p̃. 1. ɰ. Et hora per trouare il valore della ɫ. in questo Capitolo d'1. censo di censo, & censi, eguale a numero; giongeremo il numero 10000. al 2500. quadrato di 50. mità del numero delli cen. che la somma sarà 12500. & dalla radice quadra di essa somma cauato 50. mità del numero delli cen. resta rad. 12500. m̃. 50. & questo è il valore d'1. cen. però 1. ɫ. che è rad. d'1. cen. valerà la rad. di detta quantità, cioè valerà rad. L. rad. 12500. m. 50. ⅃. & perciò così la linea A C. come la D B. ciascuna delle quali si pose essere 1. ɫ. sarà rad. L. rad. 12500. m̃. 50. ⅃.

A C. sia 2. ɫ. però B D. sarà 1. ɫ.

quad. di A B. 100.
quad. di B D. 1. ʑ.

somma che è quad. di A D. 100. p̃. 1. ʑ.
però A D. sarà rad. L. 100. p̃. 1. ʑ. ⅃
A C. è 1. ɫ. però C D. rad. L. 100. p̃. 1. ʑ. ⅃. m̃. 1. ɫ.
però il prodotto di A C. in C D. sarà
rad. L. 100. ʑ. p̃. 1. ɰ. L. men 1. ʑ. & è il quad. di B C.
onde sarà B C. rad. L. rad. L. 100. ʑ. piu 1. ɰ. ⅃. men 1. ʑ. ⅃.

Ancora.

quad. di A B. 100.
quad. di A C. 1. ʑ.

restante che è quad. di B C. 100. m̃. 1. ʑ.
però B C. sarà rad. L. 100. m̃. 1. ʑ. ⅃.

Habbiamo dunque.

rad. L. 100. m̃. 1. ʑ. ⅃. eguale a rad. L. rad. L. 100. ʑ. p̃. 1. ɰ. ⅃ m̃. 1 ʑ. ⅃.

Et però.

100. m̃. 1. ʑ. Eguale a rad. L. 100. ʑ. p̃. 1. ɰ. ⅃. m̃. 1. ʑ.

Cioe

100. Eguale a rad. L. 100. ʑ. p̃. 1. ɰ. ⅃.

Et perciò

10000. Eguale a 100. ʑ. p̃. 1. ɰ.

50
50
2500
10000
12500

Vale 1. ʑ. rad. 12500. m̃. 50. però 1. ɫ. che è la rad. d'1. ʑ.
Vale rad. L. rad. 12500. m̃. 50. ⅃. che è la lunghezza di A C. quale si piglia per la quarta parte della circonferenza, però la circonferenza totale saria quattro volte tanto, cioe.
Rad. L. rad 3200000. m̃. 800. ⅃.

Ancora si poteua trouare il valore della ɫ. & venire alla istessa egüagliatione, considerando che nel triangolo rettangolo A B D. venendo dall'angolo retto la B C. perpendicolare alla base A D. ne segue (per il corellario della ottaua del sesto d'Euclide) che il lato A B. sia medio proportionale fra la base A D. totale, & la parte A C, che si congiunge angularmente con esso lato, onde il quadrato d'esso lato 10. qual quadrato è 100. sarà eguale al prodotto di A D. rad. L. 100.

piu 1.cen.ꝗ.in A C. 1. ✝.qual prodotto è rad.L.100.cen. p̃. 1.✱.ꝗ. onde hauendo 100.eguale a ra. L. 100.cen.p̃. 1 ✱.ꝗ. quadrando ciascuna quantità haueremo pure 10000. eguale a 100. cen. piu 1.✱.come di sopra,& cosi trouaremo il valore della ✝.cioe la A C & però la B D,come di sopra.

Ouero nel triangolo rettangolo sopradetto A B D.seruendoci del lato B D, perche pure(per l'istesso Corellario della ottaua del sesto) egli è medio proportionale fra la base A D. totale, & la parte D C,che si congiunge angularmente con esso lato, ne segue, che il quadrato d'esso lato, qual quadrato è 1.cen.sarà eguale al prodotto di A D. rad.L.100.p̃.1.cen.ꝗ.in D C. rad.L. 100. m̃.cen.ꝗ m̃. 1. ✝.qual prodotto è 100.p̃.1 cen.m̃.rad.L.100.cen.p̃. 1.✱.ꝗ. perilche leuãdo 1.cen. di ciascuna delle due quantità,& liberandole dal m̃.haueremo 100. eguale a rad.L.100.cen.piu 1.✱.ꝗ.& per leuare la rad.L.ꝗ.moltiplicando ciascuna delle due quantità in se medesima, haueremo finalmente 10000.eguale a 100.cen.p̃.1.✱. come prima, mediante la quale aguagliatione sapremo pure come di sopra il valore della ✝. o vogliamo dire la lunghezza della linea A C.

Ancora potressimo dire il prodotto di D A. & D C. essere eguale al quadrato di B D. seruendoci della 37.del terzo d'Euclide,considerando segnato il punto D. fuori del Cerchio, & da esso tirate le due rette D B. contingente , & D A. segante ; dimostrandosi in essa che il prodotto di tutta la D A.segante nella sua parte esteriore D C. è eguale al prodotto della D B. toccante.

A C. sia 1. ✝. & B D. sarà 1. ✝.
quad.di A B. 100
quad.di B D. 1. cen.
somma che è quad.di A D,100.p̃.1.cen.
però A D. sarà rad.L. 100.p̃.1.cen.ꝗ.
quad.di A B. 100.
quad.di A C. 1.cen.
Restante che è quad. di B C.100.m̃.1.cen.
Però B C. sarà rad.L.100.m̃.1.cen.ꝗ.

A D. rad. L. 100. piu 1.cen. ꝗ.
B C. rad. L. 100. men 1.cen. ꝗ.
Prodotto rad.L.1000. men 1.✱ ꝗ.
Eguale al prodotto di A B. in B D. qual prodotto è 10.✝.
Et però
10000. men 1.✱. Eguale a 100.cen.
Cioe
10000. Eguale a 1.✱.piu 100.cen.

Et in altro modo ancora seguirà l'istesso, che posto pure A C. 1. ✝. & però B D.medesmamente 1.✝.gionti li dui quadrati di A B. & di D B insieme,che fanno 100.piu 1.cen.questo sarà il quadrato di A D.(per la penultima del primo) & la lunghezza d'essa A D. Sarà rad. L. 100 p̃. 1. cen. ꝗ. E considerato il triangolo rettangolo A C B cauando il quadrato di A C.cioe 1.cen.dal quadrato di A B cioe da 100.che resta 100.m̃. 1. cen. questo sarà il quadrato di B C, però la linea B C.sarà rad.L.100.m̃. 1.cen.ꝗ. Et considerato pure il triangolo rettangolo A B D. nel quale sopra la A D.hora presa per base è tirata la perpendicolare B C, & però il dutto d'essa perpendicolare B C.nella base A D produce il doppio della grandezza del triangolo, come anco il doppio della istessa grandezza si fa dal dutto di A B. in B D, che sono i dui lati che contengono l'angolo retto in esso triangolo A B D. sapremo che rad L. 10000. men. 1. ✱.ꝗ. dutto di A D, in B C. è eguale a 10. ✝. dutto di A B. in B D. & però per leuarela rad. L. ꝗ. quadrando,o moltiplicando in se stessa ciascuna d'esse due quantità haueremo 10000. men. 1 ✱.eguale a 100.cen.& leuando il m̃. 1.✱.cioe giongendo 1.✱ a ciascuna d'esse due quantità,haueremo finalmente 10000.eguale a 100.cen.p̃.1.✱.come per li altri modi trouassimo da deriuarne come prima il valore della ✝.

Et volendo vedere,come Geometricamente si possa trouare il punto C,al quale tirata la retta A C,& allungatala fino che seghi la contingente in D.la D B.sia eguale alla A C;potremo considerare che per la 37.del terzo d'Euclide,douendo il dutto di D A. segante nella parte esteriore D C.essere eguale al quadrato della D B. contingente,& ad essa D B,douendo essere eguale la A C,ne segue che medesimamente il dutto di D A.totale nella sua parte D C, sia eguale al quadrato di A C,che è la restante parte della totale A D. onde considerata A D,come prima, A C,come seconda, & C D, come terza, di tre quantità paragonate fra loro ; perche il dutto della prima A D,nella terza D C,è eguale al quadreto della seconda A C, ne segue per la seconda parte della 17.del secondo d'Euclide, che esse tre linee siano continue proportionali, cioe che dalla total linea A D.alla sua maggior parte A C, sia come da essa maggior parte A C, alla restante minor parte C D.& che perciò detta linea A C,sia diuisa secondo la proportione,che si diffinisce hauere il mezo, & dui estremi; questo inteso per stabilire detto punto C. cioe saper tirare dall'estremo A,la retta A C.segante finche concorrra con la contingente B D, in D totalmente, che tutta la linea A D.in esso punto C,doue sega il cerchio, venga ad essere diuisa secondo la proportione

detta

detta hauente il mezo,& dui estremi (che all'hora ancora la parte interiore, o maggiore A C. verrà ad essere eguale alla contingente B D,come si vuole) noi dall'imaginato punto C fingeremo tirata la C I. perpendicolare al diametro A B, cioe equedestante alla base B D, del triangolo A B D.che cosi essa C I.diuiderà i dui lati A B,& A D.proportionalmente (per la prima parte della seconda del sesto d'Euclide)cioe la proportione della parte A I.alla I B.dell'vno sarà come dalla parte A C. alla C D. dell'altro; & però congiuntamente da tutta la A B.alla parte A I. in l'vna sarà come da tutta la A D.alla parte A C.in l'altra, ma tutta A D. alla parte A C. in l'vna è come dalla parte istessa A C.alla restante parte C D;però anco nell'altra da tutta A B. alla parte A I.sarà come dalla parte istessa A I, alla restante parte I B. cioe ancora la A B. nel punto I. mediante la perpendicolare I C, è diuisa in due tali parti, che da tutta la linea, o diametro del cerchio A B.alla sua maggior parte A I, è come dalla istessa maggior parte A I. alla minore I B: & però potiamo dire(che è l'istesso)il diametro A B.nel punto I. essere diuiso secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, onde conuersamente conosciamo che quando il diametro A B.sarà diuiso secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi (ilche non puo accadere se non nell'istesso punto I detto)& dal punto della diuisione che sia I, erigendo la perpendicolare I C,al diametro fin che seghi la circonferenza, & sia in C. all'hora la retta A C, sarà la linea che si cerca(cioe eguale alla B D, contingente che fusse segata da essa A C, allungata fino ad essa contingente in D) & dice l'Autore essere eguale alla quarta parte della circonferenza del Cerchio.

Potressimo ancora concludere l'istesso (cioe che se dal punto C,tale come già s'è detto)si tiri vna perpendicolare al diametro A B, ella lo segarà secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi,& che perciò conuersamente segandosi il diametro A B. secondo la proportione hauente il mezo,& dui estremi in I, & da esso tirata la perpendicolare I C. fino alla circonferenza, che il punto C.determinarà la linea cercata C A)considerando che tirata la C B & inteso il triangolo B C D.l'angolo B C D. del quale è retto(per la 13.del primo d'Euclide,essendo il restante angolo B C A.fatto nel mezo cerchio,& però retto per la 31.del terzo) esso angolo B C D. sarà eguale alla A I C.del triangolo rettangolo A I C.(essendo tirata la I C.perpendicolare al diametro A B)& anco l'angolo C D B.dell'vn triangolo sarà eguale all'angolo A C I. dell'altro (per la 29.del primo,essendo la C I.equidestanti alla D B)& perciò l'vltimo restante angolo D B C.dell'vno sarà eguale al C A I. suo corrispondente dell'altro; perilche essi dui triangoli sono equiangoli, & consequentemente di lati proportionali (per la 4. del sesto d'Euclide) onde dal supposito essendo, o volendo che sia il lato B D. dell'vno eguale all'A C. suo relatiuo dell altro, ancora il B C.sarà eguale all'A I,& il C D. all'I C. Et considerato la linea A B. diuisa in I, ne segue (per la terza del secondo d'Euclide)che il dutto di B A. totale in B I. sua parte,sia eguale al quadrato di essa parte B I, & al dutto di B I. nell'altra parte I A, ma questo dutto di B I, in I A. è eguale al quadrato d'I C(per la ottaua,& decimasettima del sesto d Euclide)però li dui quadrati di B I,& d'I C,cioe il quadrato solo di B C. (per la penultima del primo) sarà eguale al dutto della linea A B.totale nella sua parte B I;ma la A I, si è mostrata essere eguale alla B C. detta; onde ancora il quadrato d'A I(restante parte dell'A B totale) sarà eguale al nominato rettangolo della A B, totale nella sua parte B I,& però (per la 17. del sesto) la proportione della totale A B, alla sua maggior parte A I,sarà come da essa parte A I, alla restante parte I B;& consequentemente la A B.diametro del cerchio si chiamarà essere diuiso nel punto I,secondo la proportione hauente il mezo,& dui estremi. Dal che veniamo a conoscere, che per trouare il punto C. nella circonferenza del cerchio,si deue diuidere il diametro A B. in due parti tali, che il quadrato dell'vna (che è la maggiore)sia eguale al dutto dell'altra nel total diametro A B(& si puo fare come insegna la vndecima del secondo, che noi hora breuemente dal punto A, tiraremo alla A B, la perpendicolare A n,eguale alla mità di A B,poi allungaremo la n A.verso A,fin che seghi la circonferenza d'vn cerchio che habbi per centro il punto n,& per semidiametro la retta,o distanza n B & sia in m,acciò la n m,sia eguale alla n B, poi fatto centro il punto A, secondo la lunghezza di A m,descriueremo vn cerchio,che segarà la A B. in I, & sarà segata secondo la ppor. hauente il mezo & dui estremi come si vuole) & dal punto I. della diuisione erigere al diametro A B, vna perpendicolare I C,finche ella seghi la circonferenza,& sia in C,che esso C. sarà il punto C, cercato,dal quale tirata la retta all'estremo A del diametro essa retta A C, sara eguale alla contingente B D.segata dalla A C,allungata quanto bisogna.

Hora mediante questa operatione Geometrica potremo anco trouare la lunghezza della linea A C(senza seruirci della regola dell'Algebra)perche posto il diametro A B 10.la A n, eguale alla sua mita sara 5 & imaginato il triangolo rettangolo n A B. il quadrato di n B composto dalli dui quadrati di A B,& n A.sara 125. & però la n B, & consequentemente la n m, a lei fatta

eguale

eguale sarà rad. 125. ma la parte n A, è 5. però la restante parte A m, & consequentemente la A I sarà rad. 125. m̃. 5. & la restante parte I *B*. del diametro sarà 15 m̃. rad. 125; & la perpendicolare I C, media proportionale fra dette parti A I, & I *B*, sarà la rad. del dutto d'esse parti fra loro, cioè sarà rad. L. rad. 50000. m̃. 200. ⅂. & il quadrato di questa I C, con il quadrato di A I, cioe ra. 5 0000 m̃. 100. con 150. m̃ rad. 12500. che in somma fanno rad. 12500. m̃. 50; compongono il quadrato di A C, perilche essa A C, sarà rad. L. 12500. m̃. 50. ⅂ Ma essa A C. si potria ancora piu breuemente trouare, considerato il triangolo rettangolo *B* C A. nel quale dall'angolo retto C. alla base A *B*. è tirata la perpendicolare C I, però il lato C A (per il corellario della ottaua del sesto) è medio proportionale fra tutta la base A *B*, & la parte A I. congionta angolarmente ad esso lato, onde conosciamo che questa C A, & anco la *B* D, contingente a lei eguale, è sempre media proportionale fra il diametro del cerchio, & la parte maggiore d'esso, quando esso diametro sia diuiso secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi; però il dutto del diametro nella sua parte maggiore detta, produce sempre il quadrato della A C, si che hora moltiplicato A *B*. 10. in A I rad. 125. m̃. 5. che fa rad. 12500. m̃. 50. questo è il quad. di A C; & però la lunghezza d'essa A C sarà rad. L. rad. 12500. men 50. ⅂.

Conosciuto la lunghezza della retta A C, & supposto che ella sia la quarta parte della circonferenza del cerchio come dice l'Autore; moltiplandola per 4. cioe per rad L. 16. ⅂. che farà rad. L. 3200000. men 800. ⅂ questa saria la lunghezza della circonferenza quando il diametro sia 10, Et per determinare propinquamente per numero rationale essa circonferenza, cioe trouare il valore di questa rad. legata, o vniuersale. che chiamare la vogliamo (che per rad. legata, o vniuersale intendo sempre la rad. di tutto quel composto che è fra li dui L, cioe fra L ⅂. in qual si vogli descrittione di alcuna quantità) vedremo che rad 3200000. è più di $1788\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. & cauatone 800. per rispetto del men 800. resta piu di $988\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. & questo è quanto rad. 3200000. men 800; però la rad. L. rad. 3200000. men 800 ⅂, è alquanto più di rad. $988\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. ma presa la rad. di questo numero $988\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. ella è $31\frac{27\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}}{63}$. & alquanto piu; però R̷. $988\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. & consequentemente rad. L. rad 3200000. men 800. L. importa $31\frac{27\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}}{63}$. & alquanto più; & però tanto maggiormente sarà piu di $31\frac{2}{6}\frac{7}{3}$. cioè di $31\frac{3}{7}$. si che conosciamo che quando la linea A C si pona essere la quarta parte della circonferenza, all'hora la circonferenza totale conuerrà che sia $31\frac{3}{7}$. & più: Ma essendo il diametro 10. come si pone, sappiamo per quello che ha dimostrato Archimede, che la circonferenza è manco di volte $3\frac{1}{7}$. esso 10. cioe è manco di $31\frac{3}{7}$. onde conosciamo che dicendosi ella essere $31\frac{3}{7}$. o piu, si dice piu del douere; & cosi siamo chiari che non è da tener per vero, che la linea A C (quale dice l'Autore) sia precise eguale alla quarta parte della circonferenza del cerchio, ma che anzi ella è maggiore d'essa quarta parte di circonferenza; si che non occorre a tener conto di tale inuentione, poiche oltre alla difficulta di trouare per numeri la circonferenza, quando ci è noto il diametro rationale, ella è manco propinqua di quella, che mediante la dottrina d'Archimede facilissimamente con la semplice moltiplicatione di $3\frac{1}{7}$. si troua. Et cosi chiaro appare quanta differenza sia dal mirabile ingegno d'Archimede a quello dello scrittore di questa inuentione che egli chiama diuina, & gloriandosene molto scriue

rad L. rad. 3200000. men 800. ⅂.
rad. 3200000.

1 7 8 8
3100
31600

è più di $1788\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$.
cauisi 800

resta piu di $988\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$.
però più di rad. $988\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. saria la circonferenza. cioe piu di $31\frac{27\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{5}{7}\frac{6}{7}}{63}$ che è più di $31\frac{2}{6}\frac{7}{3}$. cioe piu di $31\frac{3}{7}$.

Et sic itur ad Astra. serpat humi quicunq; velit.

Se anco vorremo per maggior sodisfattione applicare la inuentione sopradetta nel trouare la circonferenza d'vn cerchio, il diametro del quale sia vn numero grande, & poniamo che sia 4970000: diuideremo esso 4970000. secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, cioe in tali due parti che moltiplicata la maggiore in se stessa produca quanto a moltiplicare la minore in tutto il 49700000. & si fara, moltiplicando il 49700000. in se medesimo, & al prodotto

dotto giongere il quadrato della mita d'esso 49700000. o vogliamo dire (che risulta l'istesso) si fara moltiplicando il 4970000. in se medesimo, & al prodotto giõgere la quarta parte d'esso prodotto. O vogliamo dire (che pure resultarà l'istesso) si farà pigliando la mita del 49700000, & moltiplicatala in se stessa, il prodotto moltiplicarlo poi per 5.

49700000. diametro A B.
497
247009
6175225

rad. 308761250000000. men 24850000. è la parte maggiore A F.
49700000. è il diametro totale A B.

ra. 762668076012 5. con 18. zeri. m. 1235045000000000. è il prodotto.

rad. 308761250000000
Via rad. 247009000000000

277985125
2171 32876
741027000

R. L. R. 7626680760125000000000000000000. m. 1235045000000000. ꝗ. AC.
Via rad. L. 16. ꝗ.

12202689 2162000

Fa R. L. R. 1952430274592000000000000000000000000: m. 1976072000000000ꝗ.

4 4 1 8 6 3 1 3 2 0 4 3 3 9 6 4 4
352
1643
76202
557874
2767859
11669020
28717 3900
1805803100
383505760000
3001525438400
35034664615100
852187609251100
5093403157307900
391045572787 18400
375550671524670400

44186313204339644 [illegible]. & piu
1976072000000000

ra. 24425593204339644. & piu
1 5 6 2 8 6 8 9 3 $\frac{8}{9}$. & piu
1925
8959
271532
2154804
27940833
293500996
1218467544
280746195
311573786

Et di quello che in qual si vogli de modi detti nasce pigliarne la rad. quadra, & da essa cauarne la mita del 49700000. che restara rad. 308761250000000. men 24850000 & questa è la maggior parte. Et perche la linea AC (cioe quella che si dice essere la quarta parte della circonferenza è media proportionale fra tutto il diametro, & la sua parte maggiore: moltiplicando essa parte maggiore rad. 308761250000000. men 24850000. per il diametro 49700000. il prodotto rad. 762668076012500000000000000000. men 1235045000000000. saria il quadrato della quarta parte della circonferenza, cioe della retta A C. però essa AC. sara la rad. di detta quantita, onde la circonferenza totale saria 4. volte tanto, cioe rad. L. rad. 1952430274592000000000000000000. m. 1976072000000000. ꝗ. quale ridutta a numero rationale propinquo al vero, verria ad essere 156286893 $\frac{8}{9}$. & alquanto piu, ma noi habbiamo mostrato, che la circonferenza di questo cerchio non arriua non solo a 156100000. ma ne anco a 156150710. anzi ne anco a 156137277 $\frac{1}{3}$. perilche conosciamo che il 156286893 $\frac{8}{9}$. sopradetto eccede il vero, molto piu di quello che con le co

G   se

se da noi mostrate si troua. Et per abbreuiare notando quanto occorre nel modo d'operare sopradetto, potressimo dire, la A C, trouarsi, Moltiplicando per 20. il quadrato del quadrato della mita del diametro, & dalla radice quadra del prodotto cauarne il doppio del quadrato della mita del diametro, che la rad. del restante sara la A C. presa come quarta parte della circonferenza del cerchio; & però il quadruplo di questo essere la quantitá che si piglia per circonferenza totale.

Et per trouare essa circonferenza senza cercare la A C, si potria dire. Che ella nasce a moltiplicare per 320. il quadrato del quadrato del diametro; & dalla rad. del prodotto cauarne l'ottuplo del quadrato del diametro, & del restante pigliarne la rad. ~~quadra,~~ che ella sara la sopradetta quantita che si dice essere circonferenza del cerchio.

Ma ancora per stabilire la proportione, che con tale inuentione si troua essere dal diametro del cerchio alla circonferenza, accioche con la moltiplicatione del diametro d'alcun cerchio proposto nel denominatore d'essa proportione ne deriui la circonferenza del cerchio proposto; hauendo veduto che quando il diametro è 10, la circonferenza viene ad essere rad. *L.* rad. 3200000. m̃. 800.7. cioe la proportione della circonferenza al diametro essere come da rad. *L.* rad. 3200000. men. 800.7. a 10; noi partiremo ciascuna di quelle due quantita per 10; per ridurre il diametro alla vnita, o vogliamo dire partiremo la circonferenza detta che hora è antecedente della proportione per 10. suo diametro, che hora è consequente in essa proportione, & ne viene rad. *L.* rad. 320 men 8.7 & questa è la circonferenza quando il diametro sia 1; cioe la proportione della circonferenza al diametro è determinata da questa quantita rad. *L.* rad. 320. men. 8.7. che e alquanto piu di $3\frac{1\,4\,4\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. ma non arriua a $3\frac{1\,4\,4\,7}{1\,0\,0\,0\,0}$. però vediamo che mediante questa inuentione si concluderia, la proportione della circonferenza al diametro essere minore che di $3\frac{1\,4\,4\,7}{1\,0\,0\,0\,0}$. ad 1. ma maggiore che di $3\frac{1\,4\,4\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. ad. 1.

diametro. 1. Circonferenza rad. *L* rad. 320. m. 8.7.

$17\frac{8\,8\,8\,5\,1}{1\,0\,0\,0\,0\,0}$

88851
444255 30 20934
710803 7894500201
7818888 $319\frac{9\,9\,8\,7\,9\,0\,0\,2\,0\,1}{1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0}$
7894500201

rad. 320. e piu di $17\frac{8\,8\,8\,5\,1}{1\,0\,0\,0\,0\,0}$. dal quale cauato 8. resta p. di $9\frac{8\,8\,8\,5\,1}{1\,0\,0\,0\,0\,0}$ però rad. 320. m. 8. e piu di $9\frac{8\,8\,8\,5\,1}{1\,0\,0\,0\,0\,0}$ pero la rad. d'essa quantita cioe di rad. 320. men 8. sara piu di rad $9\frac{8\,8\,8\,5\,1}{1\,0\,0\,0\,0\,0}$

$3\frac{1\,4\,4\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$
2090916
8676
$9\frac{8\,8\,8\,5\,0\,9\,1\,6}{1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0}$

rad. $9\frac{8\,8\,8\,5\,1}{1\,0\,0\,0\,0\,0}$. e piu di $3\frac{1\,4\,4\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. però tanto maggiormente rad. *L.* 320. mē. 8.7. e piu di $3\frac{1\,4\,4\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$.

$17\frac{8\,8\,8\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$

53316
71088
30 2124 781968
1 78950996 78960996
200996
320
100000000

Rad. 320. non arriua a $17\frac{8\,8\,8\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. dal quale cauato 8. resta $9\frac{8\,8\,8\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. però rad. 320. men 8. non arriua a $9\frac{8\,8\,8\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. perilche la ra d'essa quantita cioe di rad. 320. men 8 non arriua alla rad. di $9\frac{8\,8\,8\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. cioe rad. $9\frac{8\,8\,8\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. e piu di rad. *L.* 320. men 8.7.

$3\frac{1\,4\,4\,7}{1\,0\,0\,0\,0}$.
2093809
8682
$9\frac{8\,8\,9\,1\,3\,8\,0\,9}{1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0}$.

$3\frac{1\,4\,4\,7}{1\,0\,0\,0\,0}$. e maggiore di rad $9\frac{8\,8\,8\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. & rad. $9\frac{8\,8\,8\,6}{1\,0\,0\,0\,0}$. e maggiore di rad. *L.* rad. 320. men 8.7. però tanto maggiormente la rad. legata detta cioe rad. *L.* rad. 320. men 8.7. non puo arriuare a $3\frac{1\,4\,4\,7}{1\,0\,0\,0\,0}$.

Diametro 49700000.
Circonfer. $156286893\frac{8}{0}$. & piu ma non arriua a $156286893\frac{9}{1\,0}$.

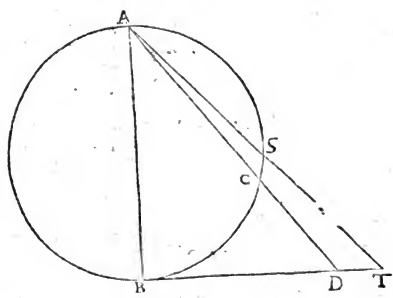
$3\,\frac{7186893\frac{8}{0}}{49700000}$ & piu
$71868938888\frac{8}{9}$.
1442
2216
2288
3009

La medesima proportione haueressimo ritrouata con minor fatica, & piu esquisitamente, se ci fussimo seruiti della operatione gia fatta, doue trouassimo, che essendo il diametro 49700000; all'hora la circonferenza saria $156286893\frac{8}{0}$. & piu, ma si vede non arriuare a $156286893\frac{9}{1\,0}$. che partendo questa circonferenza per il suo diametro conosceremo che quando poi il diametro sia. 1. la circonferenza saria piu di

$3\,\frac{1446\,\frac{2738[illegible]}{497000[illegible]}}{100000}$

però essendo il diametro. 1. la circonferenza sarà piu di $3\,\frac{1446\frac{1}{19}}{10000}$ ma non arriuara a $3\,\frac{1446\frac{1}{18}}{100000}$

$3\,\frac{1446\frac{1}{19}}{10000}$ ma non arriuaria a $3\,\frac{1446\frac{1}{18}}{100000}$

Et perche l'hauere la circonferenza al diametro del suo Cerchio, la proportione di sopra mostrata cauata dal fare eguale la A C. segante alla B D. toccante nella superior figura sopra ciò adoprata è fondata dall'Autore sopra la sua V propositione di sopra registrata, si verrà hora all'esamine d'essa. In essa V. propositione quella prima parte che dice. *Si recta linea aequalis, &c.* è necessariamente vera, & si puo prouare facilmente. L'altra parte poi che in essa V. propositione segue dicendo: *E contrario vero si recta linea aequalis, &c.* non è vniuersalmente vera, poiche alcune poche figure regulari circonscritte al Cerchio, haueranno bene la qualità che egli dice; ma in altre innumerabili auuerrà il contrario; cioe che nel Cerchio accomodata vna linea retta eguale alla quarta parte dell'ambito della figura regulare circonscritta cominciando da vn termine del diametro, & essa linea allungata verso vna retta toccante il Cerchio nell'altro termine del diametro finche seghi detta toccante, non auuerrà che la parte segata di detta toccante compresa fra il diametro, o punto del toccamento sino al punto del segamento dettto, sia sempre minore della retta detta accomodata nel Cerchio; anzi remosse, o eccettuate alcune poche figure (doue pure potrà accadere quello che dice l'Autore) in tutte l'altre la quarta parte del suo ambito accomodata nel cerchio al modo detto sarà sempre superata da detta parte della toccante, compresa fra il termine del diametro del Cerchio, & il punto del segamento, doue con la contingente concorre la accomodata detta allungata verso essa contingente. Et per conoscerlo facilmente, ricordandosi che habbiamo mostrato nella figura posta in margine, che all'hora auuiene la A C. accomodata essere eguale alla B D. contingente segata, qñ essendo il diametro A B 1. la A C. sia la quarta parte di rad. L. 320. m̃. 8 ꝛ. che da essa A C. deriua, & che hauendo veduto che rad. L. 320. men 8. ꝛ. è piu di 3 $\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{4}{0}\frac{4}{0}\frac{6}{0}$ la sua quarta parte è p. di $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$ Sapremo, che detta A C. sarà $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$ & piu quando il diametro A B. sia 1.

Et ricordandoci, che nel trattare del 2048. agono regolare circonscritto al cerchio si vidde che quando il diametro del cerchio si ponesse 25424027287496 18029. all'hora l'ambito del 2048. agono non arriuaria a 79872. & zeri seguenti: & che perciò la quarta parte d'esso ambito non arriuaria a 19968. & zeri seguenti, noi supposto vn cerchio, che hauesse l'istesso diametro, cercaremo quanto verria ad essere la AC. (& si troua moltiplicando esso diametro per il $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$) & vedremo che saria piu di 199870990, &c. ma la quarta parte dell'ambito del 2048. agono, è solo 19968. &c. anzi non vi arriua, cioe è manco del numero della A C. però la linea eguale alla quarta parte dell'ambito del 2048. agono, saria minore della retta A C. & consequentemente saria corda di minor arco che non è l'A C. onde accomodata nel cerchio,

comin.

cominciando al punto A. verso C. ella non arriuaria al punto C. ma restaria fra l'A. & il C. poniamo in S, & però allungata verso la toccante B D. ella la verria a segare oltre al punto D, cioe piu lontano dall'estremo B; & sia in T. & però vediamo che la B T. parte segata d'essa toccante saria maggiore, & della A C, & tanto piu della A S. quarta parte del rettilineo regolare di 2048. lati circōscritto al cerchio, & però non minore d'essa quarta parte dell'ambito, come dice l'Auttore.

Et se ci seruiremo di diametro piu comodo, & sia di 49700000. intorno al cerchio del quale essendosi circonscritte molte figure rettilinee regolari, ne sappiamo l'ambito propinquo al vero; vedremo stante esso 49700000. per diametro, quanto verria ad essere la A C. quale è piu di $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$ quando il diametro è. 1. & però bastarà moltiplicare il 49700000. per $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$ che produce 39071655; onde la A C. all'hora verria ad essere piu di 39071655. ma l'ambito del 2048. agono circonscritto ad esso cerchio non arriua a $156137277\frac{1}{5}$. & perciò la sua quarta parte non arriua a $39034319\frac{1}{2}\frac{7}{0}$

Diametro	A C.	Diametro
1	$\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$ & piu	2542402728749618029

1271201364374809014 $\frac{1}{2}$
2542402728749618029
15254415372497708174
198307411842470106262

A C. saria piu di 19987099052065122134983 $\frac{1}{2}$.

Ma l'ambito del 2048. agono non arriua a 79872, &c. & perciò la quarta parte d'esso ambito non arriua a 19968, &c. il che è minore di 19987, &c. trouato conuenire alla A C. però la retta eguale alla quarta parte di detto ambito che accomodata nel cerchio cominciasse al punto A, terminaria poi fra l'A, & il C. non potendo arriuare al punto C.

Ouero

Diametro	A C.	Diametro
1	$\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$ & piu	49700000

55027
385189
2485

A C. sarà piu di 39071655

L'ambito del 2048. agono non arriua a $156137277\frac{1}{5}$. a $39034319\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. nō arriua la sua quarta parte, però è minore di A C.

L'ambito del 384. agono non arriua a 156140710 però a $39035177\frac{1}{2}$. non arriua la sua quarta parte, pilche è minore di A C.

L'ambito del 96. agono circōscritto al cerchio non arriua a 156192947. però la sua quarta parte non arriua a $39048236\frac{3}{4}$. però è minore di A C.

Diametro	ambito del 64. agono circonscritto	Diametro
20355467676249695	meno di 64. millia millioni.	49700000

1976
3180800000000000000
non arriuarà a 156263
11452532237503050
12747985612545750
53470505047 1800
12769568797 64100
5563892226593000

a 39066. non arriua la quarta parte dell'ambito del 64. agono circonscritto al cerchio, però è minore di A C.

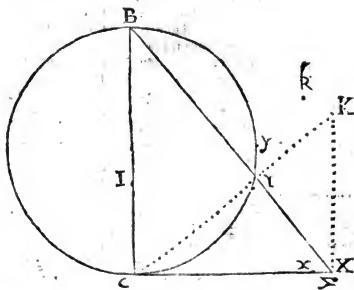
il che è minore del numero della A C; però similmente conosciamo che la retta eguale alla quarta parte dell'ambito del 2048. agono, quale cominciando dall'A. termini nella circonferenza verso il C. restarà fra l'A, & il C; però allungata fino alla toccante, la parte d'essa toccante da lei segata sarà maggiore della A C. & perciò maggiormēte sarà maggiore della retta detta eguale alla quarta parte dell'ambito del 2048. agono.

Ancora per fare questo istesso esamine in alcun'altre delle figure regolari di minor numero di lati circonscritte al medesmo Cerchio; preso il 384. agono, l'ambito del quale è manco di 156140710. vedremo, che la sua quarta parte non arriua a $39035177\frac{1}{2}$. & questo è manco del numero della A C. sopradetta, però nel 384. agono circonscritto auuiene che la retta eguale alla quarta parte del suo ambito, accomodata dall'A. nel Cerchio, non arriua al C. ma resta fra l'A, & il C. L'istesso si vede auuenire nel 96. agono, l'ambito del quale è manco di 156192947; & però la sua quarta parte non arriua a $39048236\frac{3}{4}$. il che è pure minore del numero della A C.

Et l'istesso pure auuiene ancora nel 64. agono, che quã il diametro del cerchio sia 49700000. il suo

il suo ambito non arriua a 156263,&c. però la quarta parte d'esso non arriua a 39066.&c.& però è pure minore del 39071655. numero della A C; si che perciò siamo sicuri che anco in qual si vogli altro rettilineo regolare di piu di 64.lati, circonscritto al cerchio, la quarta parte del suo ambito non potrà arriuare alla lunghezza della A C; & però allungata verso la toccante, segarà maggior parte della toccante allungata che non è la B D; & però che non è essa quarta parte d'ambito.

Et quanto alla dimostratione, che egli dice di fare nella figura da lui a ciò adoprata, non si vede che ella concluda cosa alcuna necessariamente, perche quanto alla posterior parte doue si adoprano le due linee B Y, & C Z, & si considerano li dui triangoli rettangoli B Y C, & C X K; che sariano equiangoli,& eguali fra loro; volendo dire che la B Y è eguale alla C X;& questa CX è maggiore della sua parte C Z, & che perciò anco la B Y. sarà maggiore della istessa C Z, o vogliamo dire la C Z, minore della B Y, questo è vero solo quando il punto X, termine della K X perpendicolare alla contingente è più lontano dall'estremo C, che non e il punto Z, doue la B Y, (o altra linea simile a lei, cioe intesa per quarta parte dell'ambito d'alcun poligonio circonscritto al cerchio) allungata sega la toccante.

Et a volere che la dimostratione da lui addutta potesse hauer nome di dimostratione, o concludesse quello che egli vuole, conuerria prouare, che in ogni caso, cioe che sapere che la B Y, si consideri eguale alla quarta parte dell'ambito di qual si vogli poligono circonscritto al cerchio all'hora sempre sarà necessario che il punto X, sia piu lontano dall'estremo punto C, che non e il punto Z, ma di ciò non dice nulla; anzi si suppone senz'altro che il Z, sia fra il C, & l'X, però non si viene a dimostrare cosa alcuna, ma si suppone quello che si doueria torre a prouare: ilche nondimeno non e vero, poiche (come si puo vedere) & nel 64. agono, & in tutti gl'altri poligoni di maggior numero di lati (& forsi anco in alcuni poligoni di minor numero di 64.lati, che questo puo da se esperimentare ciascuno intendente) e necessario che il punto Z. sia piu lontano dal C, che non e l'X.

Per mostrare che nel cerchio cominciando al termine B. del suo diametro, accomodata vna linea retta eguale alla 4 parte dell'ambito del 64. agono regolare, o di qual si vogli alro rettilineo di maggior numero di lati circonscrittoli, & sia la retta B Y. & essa allungata poi verso la C Z, retta toccante il cerchio nell'altro termine C. del diametro fino che la seghi, & sia in z. Per mostrar dico che questo punto z. sarà nella C. z. toccante piu lontano dal termine C. d'essa toccante, che non e il punto x, quale in essa toccante e segnato dallà à lei perpendicolare k x, che e tirata dal termine k. della retta CK. fatta eguale al diametro, & partendosi dal C. estremo del diametro, che il punto del toccamento, passa per il punto y, doue la B y, accomodata detta, arriua alla circonferenza del cerchio, noi segnato il punto I, in tal luogo del diametro B C; che

Circa alla prima parte della da lui chiamata dimostratione, cioe che il punto P (termine della perpendicolare O P. su la contingente C M) sia piu vicino all'estremo C, che non e il punto N, doue arriua la allungata B L, precisa per quarta parte d'alcun rettilineo regolare inscritto nel cerchio, questo e bẽ sempre vero, ma perciò non e dimostrato altramente in esso luogo, poiche ancora iui non ne dimostra necessità alcuna: onde ciò si potria negare dall'aduersario, & cosi anco questa parte vera, verria ad esser priua della sua demostratione geometrica.

Quanto a quella parte che si chiama, *Conclusio Demonstrationis*. Essa ancora resta indemonstrata non prouandosi quello, che iui si dice, cioe che quello, che auuiene alli Pen-

che il dutto d'esso diametro nella sua parte C I, sia eguale al quadrato dell'altra restante parte I B.& trouato il punto, doue dall'I. vna perpendicolare al diametro segasse la circonferenza B y C.& sia il punto Y,& tirata la B Y,& anco allungata dalla banda di Y, finche seghi la C Z, toccante il cerchio nell'altro estremo C. del diametro,& sia il punto del segamento Z, accioche cosi (per le cose già mostrate) si sappia la BY. accomodata, o segante il cerchio, essere eguale alla CZ. toccante; noi tiraremo la CY,& allungaremo fino in K, cioe talmente che tutta la CK. sia eguale al diametro CB.& dal punto K. tiraremo vna perpendicolare alla C Z. toccante,& sia la K X;& concluderemo il punto X, essere l'istesso che il punto Z, & però cosi l'vno X, come l'altro Z, essere su la linea toccante egualmente lontani dal C. punto del toccamento, o termine del diametro; Perche considerati li dui triangoli C X K.& B Y C; rettangoli dal supposito, ne quali di piu l'angolo C K X, dell' vno è eguale all'angolo BCK. dell'altro (che sono angoli coalterni fatti dalla retta CK, segante le due KX,& CB, equidestanti, essendo ciascuna di loro perpendicolare alla C Z) ne segue che il restante angolo KCX. dell'vno, sarà eguale al restante angolo CBY. dell'altro;& però questi dui triangoli CXK.& BYC; che sono equi angoli haueranno anco i lati fra loro proportionali; onde essendo il lato C K. piu lungo (che è opposto all'angolo retto) dell'vno, egu. al lato BC. piu lungo dell'altro (dalla construttione) ancora il lato minore K X. dell'vno, sarà egu. al lato minore CY. dell'altro,& il restãte lato mezano CX. dell'vno, sarà egu. al restãte lato mezano suo relatiuo BY. dell'altro, ma alla linea BY, è anco eg. la retta CZ, dalla construt. perilche le due CX,& CZ (perche si eguagliono alla istessa B Y) saranno eguali fra loro, & consequentemente il punto X, & il punto Z, segnati ambidui su la istessa retta toccante il cerchio, saranno egualmente lontani dal principio d'essa, o termine C, cioe essi X, & Z. douentaranno, o saranno vn'istesso punto.

Questo inteso, hauendo noi prouato nella antecedente figura, che quando la B D. segata dalla A D. sia eguale alla A C. accomodata nel cerchio principiando dal superior termine A, all'hora è necessario che accomodandosi nel cerchio per il medesimo verso,& principiando dall'istesso punto A vna linea che sia eguale alla quarta parte dell'ambito del 64. agono regolare, o di qual si vogli altra figura di maggior numero di lati circonscritta ad esso Cerchio, ella non potrà arriuare al punto C, ma restarà di sopra nella circonferenza fra l'A, & C; & però restando fuori del triangolo A B D. allungandola verso la toccante allungata finche si seghino ella la segarà in punto piu lontano dal B che non è il D cioe oltre il D, verso man destra, & sia in T; Et applicandolo alla presente figura, hora che B Y, è eguale alla CZ. & queste sono in vece delle AC,& BD; ne segue che se dall'estremo B. o termine del diametro superiore in questa figura andando verso la toccante, accomodaremo vna retta eguale alla quarta parte dell'ambito del 64. agono regolare, o d'altro poligono di maggior numero di lati ella arriuarà alla circonferenza in vn punto che sarà fra il B.& il Y, & sia il y (come habbiamo figurato) onde questa B y. allungata verso la toccante allungata; la segarà in pũto piu lontano dal toccamento C (che è l'altro estremo del diametro) che non è il punto Z,& sia in z (come habbiamo figurato) Et perche il punto y, termine della By, posta eguale alla quarta parte dell'ambito del 64. agono regolare, o altro poligono di maggior numero di lati circonscritti al cerchio, è nella circonferenza fra il B,& Y, tirandosi dall'altro estremo del diametro, o punto C. del toccamento, la linea C y, ella sarà fra il diametro CB,& la CYK, però segarà la B Y;& sopra

Pentagoni, auẽga anco a tutti gl'altri seguenti poligoni, ne vi è essempio, o cosa alcuna che mostri ciò, ne Geometricamente, ne Aritmeticamente in numeri Algebraici, o figurati, come egli dice potersi dimostrare. Anzi noi sappiamo dalle cose dette, che quello che auuiene in ciò al pentagono circonscritto, non auuerrà al 64. agono, ne alli altri poligoni di maggior numero di lati.

Finalmẽte quando anco fusse intieramente vero quello, che nella sua V. propositione, o elemẽto si dice, cioe che Delli rettilinei ordinati ĩscritti al cerchio, la 4 parte dell'ambito di qual si vogli d'essi accomodata nel cerchio dall' vno estremo del diamet. fusse minore (come veramente è sempre) della parte della toccante nell'altro estremo del diametro segata da essa accomodata allungata fino alla toccãte, contenuta fra il punto del toccamento, o vogliamo dire altro estremo del diametro,& il pũto del segamẽto; Et delli rettilinei ordinati circõscritti al cerchio, la quarta parte dell'ambito di qual si vogli d'essi accomodata nel cerchio pure al modo detto. & allũgata fino alla toccante al modo detto fusse sempre maggiore (il che veramente non è, essendosi visto che & nel 64. agono & nelli poligoni di maggior numero di lati occorre ella essere sempre minore) della parte della toccãte compresa fra il punto del toccamento & il punto del segamento detto, non perciò si dimostra essere necessario, che

sopra il centro C. fatto vn'arco, con apertura di compasso eguale al diametro C B, o alla C K: dal C. fino in K; & prolungata la C y; finche arriui alla circonferenza d'esso arco, & sia in k; accioche tutta la C k, si facci eguale al diametro C B, o alla C K; il punto k termine del suo allungamento in esso arco, verrà ad essere fra li dui punti B, & K; onde da esso punto k. tirata vna perpendicolare alla toccante C Z; (qual perpendicolare perciò verrà ad essere equidistante alle due altre perpendicolari BC, & KX) questa perpendicolare hora tirata, & sia la k x; hauerà il suo termine x; nella toccante fra li termini C, & X; delle due perpendicolari dette (come habbiamo figurato) cioe il punto x. sarà piu vicino al C, che non è l'altro punto X; o vogliamo dire che non è il punto Z (essendo douentati l'X, & il Z, vn'istesso) & consequentemente piu vicino che non è l'altro punto z, che piu si allontana dal C (come habbiamo figurato) il che è quello che si voleua prouare.

che quando la linea così accomodata fusse precisemente eguale alla parte della toccante così da lei segata (come auuiene della A C. accomodata eguale alla B D. segata) all'hora la accomodata deua essere eguale alla quarta parte precise della circonferenza del cerchio, perche il dire, che se la accomodata sarà maggiore della parte da lei segata della toccante; all'hora essa accomodata sarà eguale alla quarta parte dell'ambito d'alcun poligono circonscritto al cerchio, non si proua, ne è necessario; anzi possono essere innumerabili linee accomodate, tali; cioe maggiori delle parti della toccante da loro segate che non saranno quarta parte d'ambito d'alcun poligono regolare circonscritto al cerchio; perche se nel cerchio al modo detto accomodaremo due linee rette che siano la quarta parte dell'ambito, l'vna del Pentagono regolare circonscritto, & sia la A P, & l'altra del Poligono regolare, che subito li segue, cioe che il numero de lati d'esso sia solo vna vnità piu del numero de lati del Pentagono, & sarà perciò dall'esagono regolare circonscritto, & sia la A E; quali due linee A P, & A E; allungate fino che seghino in D, & S, la toccate nel punto B, saranno maggiori ciascuna d'esse della parte della toccante da loro segata, compresa fra il punto del segamento, & il punto B. del toccameto: vedremo che fra esse A P, & A E; si possono ancora accomodare nel cerchio infinite linee rette tutte di diuerse lunghezze, principianti dall'istesso termine A; che saranno ciascuno di loro minore della A P; ma maggiore della A E; & allungate verso la toccante la segaranno tra li punti D, & S, onde ciascuna di loro (che è maggiore della A E, & consequentemente è anco maggiore della 4. parte della circōfer. del cerchio) sarà maggiore della parte della toccante da lei segata (che è minore della B S.) nondimeno nessuna di dette linee, che dall'A. si tiraranno fra le due A P, & A E. (& ve ne potranno capire innumerabili, poiche l'arco P E; essendo linea, cioe quantità continua; si puo diuidere in innumerabili parti, o vogliamo dire in infinito, & da ciascuno de' punti delle diuisioni al punto A. si puo tirare vna linea retta) sarà quarta parte d'ambito di poligono regolare alcuno circonscritto al cerchio; perche ne del quadrato ne del triangolo equilatero puo essere, poiche saria maggiore della AP, ne del Pentagono, poiche saria eguale alla AP, & non minore come è (essendo corda d'Arco minore dell'AP) ne puo essere quarta parte dell'ambito dell'esagono, o d'altro poligono ordinato seguente, perche saria eguale alla AE, quando fusse dell'esagono) o minore della A E (quando fusse d'altro poligono sequente) & non maggiore come è (essendo corda d'arco maggiore dell'AE) Et se bene habbiamo supposto l'esempio nelle quarte parti delli ambiti del Pentagono, & dell'Esagono (ne quali si sa certo elle eccedere la quarta parte della cirdonferenza del cerchio) pure si conosce in astratto auuenir sempre; che accomodandosi al modo detto nel cerchio dall'A. due linee rette, che siano l'vna la quarta parte dell'ambito d'vn poligono ordinato circonscritto al cerchio, & sia pure di che gran numero di lati si vogli, & l'altra sia la quarta parte dell'ambito del poligono a questo seguen-

seguente per ordine, circonscritto al cerchio; conuerrà sempre (perche queste due linee accomodate saranno ineguali deriuando da poligoni d'ambiti ineguali) che l'vna sia corda di maggior arco che l'altra, & però l'arco fra loro intercetto, che è la differenza de dui archi detti, si potrà sempre (con l'intelletto) diuidere in infinito, & però dalli punti delle diuisioni al punto A. tirare medesimamente infinite linee ineguali fra loro, & alle due accomodate dette (cioe minori dell'vna, & maggiori dell'altra) che perciò non saranno quarte parti d'ambiti d'alcun poligono ordinato circonscritto al cerchio, ne si puo dire che finalmente arriuaressimo a poligono circonscritto minimo di grandezza, o d'ambito fra tutti li possibili da circonscriuersi, cioe che partendosi da quello abassandosi, subito si arriuasse alla grandezza, o ambito del cerchio necessariamēte, cosi come anco non si puo dare il massimo inscritto, cioe il grandissimo quanto alla grandezza, o all'ambito fra tutti li possibili da inscriuersi, cioe che partendosi da quello, alzandosi, o accrescendolo, subito si arriuasse alla grandezza, o ambito del cerchio necessariamente, perche l'ordine delli numeri è infinito, & non può essere vn poligono di tanto gran numero di lati, che anco non se ne trouino innumerabili altri di maggior numero di lati in infinito, potendosi, come s'è detto, andare accrescendo qual si vogli numero in infinito.

Et conosciamo che se principiando dal termine A. & andando verso la istessa parte, accomodaremo nel cerchio due linee rette, l'vna eguale alla quarta parte dell'ambito d'alcun poligono regolare inscritto (sia pure di che gran numero di lati si vogli, che fra i numeri non si da il massimo) & l'altra linea eguale alla quarta parte dell'ambito del poligono regolare a quello simile circonscritto al cerchio; perche esse due linee rette saranno necessariamente ineguali (poiche l'vna non arriua alla quarta parte della circonferenza del cerchio, & l'altra supera essa quarta parte della circonferenza) conuerrà che nella circonferenza elle terminino, o finischino poi in dui diuersi punti, & però fra loro vi sarà interuallo di qualche arco, quale per essere quantità continua, & però con l'intelletto diuisibile in infinito, si potrà dalli termini delle diuisioni al punto A. tirare innumerabili linee, ne però sapremo se alcuna d'esse, o quale possa essere eguale precise alla quarta parte della circonferenza del cerchio; Onde si vede che ben potiamo serrare la quarta parte della circonferenza del cerchio fra due linee rette eguali alla quarta parte dell'ambito di poligoni regolari simili, inscritti, & circōscritti al cerchio, cioe dire che ella supera l'vna non arriuando all'altra; ma non gia perciò potiamo darli nome di determinata, & stabile quantità; Perilche si conosce essere vano l'argomento adoprato nel fine di detto ragionamento chiamato Conclusio Demonstrationis: Et perciò non si puo dire: Et cosi finalmente consta la quadratione del cerchio; anzi con verità diremo; Et cosi consta, che con tal modo non si quadra il cerchio; Onde pregaremo N. S. Dio di continuo, che ci conceda humiltà, & viuacità d'ingegno talmente che a gloria di S. D. Maestà con accrescimenti di dottrine, & inuentioni, si possa veramente apportare comodo, & ornamento al Mondo.

Di gratia scusinmi i Lettori se il mio scriuere le paresse lungo, & non intieramente ordinato; perche essendo io immerso in molte incommodità, litigij, & trauagli, non puo l'intelletto essercitare le sue forze, ancor perciò molto obtenebrate, se non difficultuosamente, & discontinuamente, & i suoi parti o frutti vengono ad essere come di pouera Vite, che priua d'Arbore, oue s'appoggi, & fruttifichi, giace in terra, & è esposta alla auidità de gl'animali che la imbrattano, & lacerano. Piaccia a Dio, accioche & molto fruttuosa, & ornata douenti, a gloria di sua Maestà preuederle d'appoggio conueneuole, & nobile; & porre in animo a i potenti di non adobbar solo i Palagi loro di quelle che abondano bene di molte, & spatiose foglie, & pampani, ma producono, & pochi, & immaturi frutti, che non venendo a perfettione conueniente, poco ancora possono giouare.

Die ♃. 10. Iunij 1599. paulò ante hor. 15. horologij Bononiæ.

IN

COME SI TROVI LA SVPERFICIE, & grandezza corporea della Sfera, ò Corpo tondo.

LA superficie (ò coperchio) della *Sfera* è eguale (come dimostra Archimede) al cerchio, il semidiametro del quale sia l'axis, o grossezza, o altezza d'essa Sfera; O vogliamo dire è quadrupla alla superficie del maggior cerchio d'essa sfera (che è qual si vogli cerchio, che passando per il centro della sfera, si imagini segarla per mezo, & che perciò per diametro habbi la grossezza della sfera, per circonferenza habbi il giro della sfera, & per centro habbi il centro istesso della sfera) & però è eguale al prodotto, che nasce a moltiplicare il diametro d'esso cerchio (ò grossezza della sfera) via la sua circonferenza (ò giro della sfera) Che a moltiplicare solo il semidiametro, via la sola semicirconferenza del cerchio, il prodotto è la grandezza d'esso cerchio.

La grandezza corporea della sfera è quadrupla al cono, ò piramide tonda, che per base habbi il maggior cerchio della sfera, & per altezza il semidiametro d'esso circolo, ò semialtezza della sfera.

Et perche la grandezza di tal piramide tonda è eguale alla colonna tonda, ò cilindro, che habbi la medesima base circolare, & per altezza la terza parte dell'altezza della piramide tonda, cioè la terza parte della semialtezza della sfera, ò vogliamo dire la sesta parte dell'altezza d'essa sfera, potiamo dire.

La grandezza corporea della sfera e quadrupla al cilindro, ò colonna tonda, che habbi per base il maggior cerchio della sfera, & per altezza l'1. sesto della sua altezza. Et perche il quadruplo d'1. sesto è 2. terzi, Et le colonne di eguali basi hanno fra loro le proportioni delle loro altezze, si puo dire.

La grandezza corporea della sfera è eguale alla colonna tonda, che per base circolare habbi il maggior cerchio della sfera, & per altezza habbi li 2. terzi dell'altezza d'essa sfera.

Et perche la grandezza della colonna è il prodotto, che nasce a moltiplicare la superficie della sua base circolare, via l'altezza d'essa colonna. & pero via li 2. terzi dell'axis, ò altezza della sfera, si può dire.

La grandezza corporea della sfera e il prodotto, che nasce a moltiplicare la superficie del suo maggior cerchio, via li 2. terzi della sua altezza, o axis.

Et perche la superficie d'esso maggior cerchio della sfera è il prodotto della mità della circonferenza nella mità del diametro, potiamo dire.

La grandezza corporea della sfera nasce a moltiplicare la mità della circonferenza del suo maggior cerchio, via la mità dell'axis, & il prodotto via li 2. terzi dell'istesso axis.

Ma a moltiplicare la totale circonferenza del cerchio, via il totale axis, ò diametro d'esso cerchio maggiore, se ne produce 4. tanti del dutto della mità della circonferenza nella mità del diametro, & con questo 4. partito 2. terzi dell'axis, ne viene 1 sesto, pero si puo dire.

La grandezza corporea della sfera è quello, che resulta a moltiplicare la circonferenza del maggior cerchio, ò giro della sfera, via la sua altezza, o axis, & il prodotto via l'1. sesto dell'istesso axis.

Ma a moltiplicare la circonferenza del maggior cerchio, ò giro della sfera, via il diametro d'esso cerchio, ò axis della sfera, se ne produce la superficie (ò coperchio) della sfera, pero breuemente si può dire.

La grãdezza corporea della sfera e il pdotto, che nasce a moltiplicare la sup̃ficie della sfera, via l'1. sesto del suo axis.

Ancora, perche a moltiplicare l'axis, via 3. & 1. settimo, se ne produce la circonferenza (ma propinqua eccedẽte) del maggior cerchio, & essa circonferenza, via il diametro, produce la superficie d'essa sfera; il che è quanto moltiplicare volte 3. 1. settimo l'axis, o diametro, via esso medesimo axis, o diametro, cioè Moltiplicare l'axis, via l'axis, via 3. 1. settimo, che il prodotto sarà la superficie della sfera. Ma perche li 7. 88. esimi del quadrato della circonferenza sono la superficie del cerchio, & il quadruplo di questo è la superficie della sfera, vedendosi che il quadruplo di 7. 88. esimi è 7. 22 esimi (così come nel diametro il quadruplo di 11. 14. esimi è 22. 7. esimi, cioè 3. 1. settimo) si puo ancor dire, quando massime si ha solo notitia del giro della sfera, ò circonferenza del maggior cerchio. Moltiplichisi il quadrato del giro per 7. 22. esimi, o vogliamo dire (che resulta l'istesso) Partasi per 22. 7. esimi, cioè per 3. 1. settimo, che il resultante sarà la superficie della sfera. Onde sapendo il diametro, o axis, il suo quadrato si moltiplichi per 3. 1. settimo. Ma sapendosi la circonferenza, o giro, il suo quadrato si parta per 3. 1. settimo, che il resultante sarà la superficie della sfera.

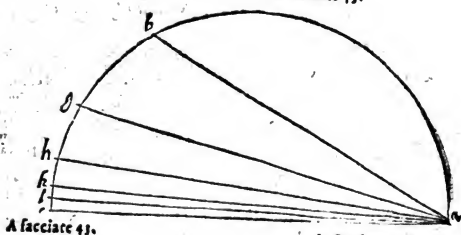
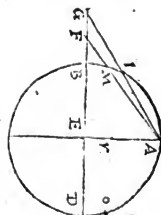
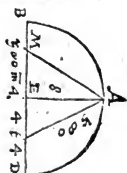
Et perche dato il giro della sfera, o circonferenza del maggior cerchio, l'axis, ò diametro d'esso cerchio è quello, che nasce a partire detto giro per 3. 1. settimo (& conuersamente dato il diametro del cerchio, la circonferenza è quello, che deriua a moltiplicare detto diametro per 3. 1. settimo) noi breuissimamente potiamo dire.

Dato il giro della sfera, egli si parta per 3. 1. settimo, che ne verra l'axis (ouero Dato l'axis, egli si moltiplichi per 3. 1. settimo, che ne nascera il giro) poi si moltiplichi il giro via l'axis, che il prodotto sara la superficie (o copertura) d'essa sfera, & questa superficie si moltiplichi via l'1. sesto dell'axis, che il prodotto sara la grandezza corporea dell'istessa sfera.

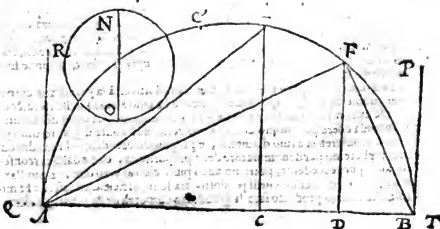
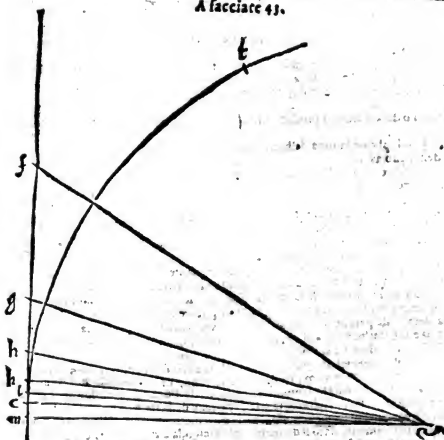
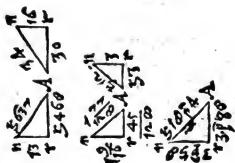
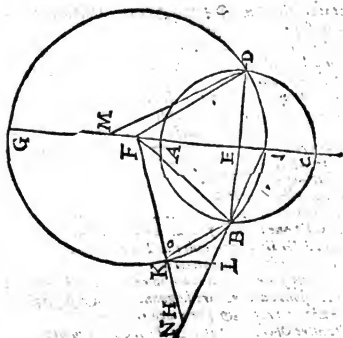
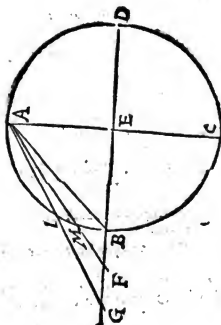
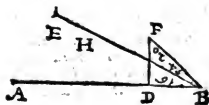
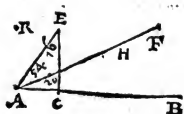
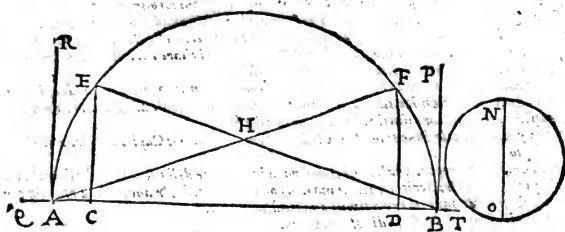
Ancora, perche a Moltiplicare l'axis della sfera, via l'axis, via 3. 1. settimo, se ne produce la superficie, & questa moltiplicata via l'axis, via 1. sesto (cioè via l'1. sesto dell'axis) se ne produce la grandezza corporea, si vede, che a Moltiplicare l'axis, via l'axis, via l'axis, via 3. 1. settimo, via 1. sesto, Ouero, & percio l'axis, via l'axis, via l'axis, via 22. 42. esimi, cioè via 11. 21. esimi (che e il dutto di 3. 1. settimo, via 1. sesto) produce la grandezza; Ma l'axis, via l'axis, via l'axis, è quanto dire il cubo dell'axis (che per esempio 5. via 5. via 5. & fa 125. è sempre il cubo di 5.) onde finalmente adoprando solo l'axis, si può breuissimamente dire.

Il cubo dell'axis si moltiplichi per 11. 21. esimi, che il prodotto sarà la grandezza corporea della sfera. Dal che si conosce, che del corpo cubo, cioè lungo, largo, & alto quanto e l'axis, ò altezza della sfera, & che percio serrasse precise in se, ò contenesse, o fusse circonscritto alla sfera, ella è li 11 21. esimi, cioè poco più della mità d'esso corpo cubo.

Il che tutto s'intenda essere propinquo eccedente il vero, così come il 3. 1. settimo preso per denominatore della proportione della circonferenza al suo diametro, è propinquo eccedente il vero denominatore incognito. Ma se più propinquamente pigliaremo per denominatore della proportione, che è dalla circonferenza al diametro 3. & 1416. 10000. esimi, quale e pure eccedente, potremo anco più vicino al vero dire. Dato l'axis della sfera, il suo quadrato si moltiplichi per 31416. 10. milia esimi, che il prodotto sarà la superficie d'essa sfera: Et moltiplicando il cubo di detto axis per 5236. 10. milia esimi, il prodotto sarà la grandezza corporea della medesima sfera.

Questa figura vā
A facciate 2.
A facciate 43.
A facciate 43.
A facciate 22.
A facciate 14.
A facciate 19.

A facciate 18.

A facciate 21.

A facciate 4.

OPERE STAMPATE DI PIETR'ANTONIO CATALDI.

ARitmetica vniuersale doue si mostrano le Operationi delli numeri rationali (o vogliamo dire esplicabili) & le Regole, & inuentioni loro. in foglio.

Trattato del modo breuissimo di trouare la radice quadra delli numeri, & Regole facilissime di approssimarsi di continuo al vero nelle Radici delli numeri non quadrati, con le cause, & inuentioni loro. Et il modo di pigliare la radice Cuba, applicando il tutto alle Operationi militari, & altre, in foglio.

Trattato della Quadratura del Cerchio, doue si essamina vn nuouo modo di quadrarlo per numeri, & come dato vn Rettilineo si formi vn Curuilineo eguale ad esso dato, & alcune Trasformationi di curuilinei misti fra loro, in foglio.

Algebra proportionale doue si mostrano le inuentioni delli primi Capitoli, o Equationi d'essa, in foglio.

Nuoua Algebra proportionale doue si mostra la inuentione della Radice cuba di molti binomij, quali gl'illustri Scrittori teneuano non potere essere cubi, & anco delli Trinomij con molte considerationi intorno a simili quantità, in foglio.

Regola della Quantità, o Cosa di cosa, in foglio.

Algebra Discursiua numerale, & lineale, doue discorrendo con il giudicio naturale, si inuentano le regole alle Equationi Algebratiche, con il modo da essequire le operationi loro in numeri, & in linee, in foglio.

Diffesa d'Archimede dalle Oppositioni del Signor Gioseffe Scaligero intorno alla Quadratura del Cerchio, con l'esamine del Diuinum inuetum, scritto da Nicolò Raymarro, in foglio.

Trattato Geometrico, doue si essamina il modo di formare il Pentagono sopra ad vna linea retta, descritto da Alberto Durero, concludendosi, che egli non è Equiangolo, & si mostra come si formino molte figure equilatere, & equiangole sopra ad vna proposta linea retta, in foglio.

Elementi delle quantità irrationali, o inesplicabili, doue si mostrano tutte le Operationi loro, in foglio.

Trattato delli Elementi delle quantità Algebratiche doue si mostrano tutte le Operationi loro. in foglio.

Transformatione Geometrica, doue si mostra come dato vn rettilineo egli stesso si riduca alla forma di qual si vogli rettilineo proposto, in foglio reale.

Transformatio Geometrica.

La Reduttione alla Prattica, delli sei primi libri delli Elementi d'Euclide.

Opusculum de lineis rectis aquidistantibus, & non aquidistantibus, in quarto.

Operetta delle linee rette equidistanti, & non equidistanti, doue si dimostra il quinto postulato del primo libro d'Euclide, & Aggionta ad essa Operetta doue anco si dimostra ostensiualmente la settima propositione del primo libro d'Euclide, chiamata fuga miserorum, & facilissimamente, in quarto.

Trattato delli numeri perfetti, in quarto.

Prima lettione nel principio del leggere Euclide nello Studio di Perugia alli 12. di Maggio 1572. Et due lettioni fatteui nella Academia del Disegno, in quarto.

Operetta di Ordinanze quadre di Terreno, & di gente, & altre con alcuni quesiti intorno alle Ordinanze diuerse, in quarto.

Due lettioni fatte nella Academia erigenda del trouare la grandezza delle figure rettilinee, & Aggionta del trouare la grandezza, & superficie delle Sfere, & parte loro. Et delle cinque zone terrestri, & parti loro, in quarto.

Molte altre Opere composte, & che si vanno componendo si Stampariano quando vi fusse la commodità.